

Microeconomia — ISCAL

ISCAL-IPL

Folha de Exercícios 4 — Utilidade e o Problema do Consumidor

Sessão 4

Nível dos exercícios: [Fácil] rotina / aquecimento [Médio] nível típico de teste [Difícil] desafio (acima do teste, para consolidar domínio)

1. (2 pontos) [Fácil] **Procura Marshalliana da Cobb-Douglas.** $U(x_1, x_2) = x_1^{0,4} x_2^{0,6}$, com $p_1 = €2$, $p_2 = €3$ e $W = €60$.
 - (a) (1 ponto) Que fracção do rendimento é gasta em cada bem?
 - (b) (1 ponto) Determine o cabaz óptimo (x_1^*, x_2^*) .
2. (2 pontos) [Fácil] **Utilidade por euro.** Num certo cabaz, $UMg_1 = 20$, $UMg_2 = 5$, $p_1 = €4$ e $p_2 = €2$.
 - (a) (1 ponto) Calcule a utilidade marginal por euro em cada bem.
 - (b) (1 ponto) O consumidor está no óptimo? Se não, para que bem deve deslocar consumo?
3. (3 pontos) [Médio] **O problema do consumidor, completo.** $U(x_1, x_2) = x_1^{1/3} x_2^{2/3}$, $p_1 = €4$, $p_2 = €2$, $W = €120$.
 - (a) (1 ponto) Derive a TMS_{12} .
 - (b) (1 ponto) Aplique a 2.ª Lei de Gossen ($|TMS| = p_1/p_2$) para relacionar x_1 e x_2 .
 - (c) (1 ponto) Resolva com a restrição orçamental e obtenha (x_1^*, x_2^*) .
4. (3 pontos) [Médio] **Propriedades da procura.** Para $U = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$ as procuras são $x_1^* = \frac{W}{2p_1}$, $x_2^* = \frac{W}{2p_2}$.
 - (a) (1 ponto) **Exaustão do orçamento:** mostre que $p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = W$.
 - (b) (1 ponto) **Homogeneidade de grau zero:** se p_1, p_2 e W duplicarem, o que acontece a x_1^* ?
 - (c) (1 ponto) Se apenas W duplicar (preços fixos), o que acontece a x_1^* ? Como se chama este tipo de bem?
5. (5 pontos) [Difícil] **Optimização com desconto de quantidade.** *Sugestão: Recorde a construção da reta orçamental com desconto de quantidade no Exercício 6 da Folha 2.* O Henrique tem utilidade Cobb-Douglas $U(x_1, x_2) = x_1 x_2$ e dispõe de um rendimento de $W = €130$. O preço do bem x_2 é constante e igual a $p_2 = €3$. O preço do bem x_1 beneficia de um desconto de quantidade: custa $p_1 = €4$ por unidade para as primeiras 10 unidades, mas cada unidade adicional de x_1 (acima de 10) custa apenas $p'_1 = €3$.
 - (a) (1 ponto) Mostre que a restrição orçamental é dada por $4x_1 + 3x_2 = 130$ se $x_1 \leq 10$, e por $3x_1 + 3x_2 = 120$ se $x_1 > 10$. Qual é o cabaz no "cotovelo" (kink)?
 - (b) (2 pontos) Determine o cabaz óptimo condicional se o Henrique estivesse restrito ao primeiro troço ($x_1 \leq 10$). É um ponto interior ou de fronteira? Qual a utilidade?
 - (c) (2 pontos) Determine o cabaz óptimo no segundo troço ($x_1 > 10$). Mostre que este é o óptimo global do Henrique e calcule a utilidade máxima obtida.

6. (5 pontos) **[Difícil] Derivar as procuras e a estática comparada.** Para $U(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$ (com $0 < \alpha < 1$), preços p_1, p_2 e rendimento W :
- (a) (2 pontos) Derive as procuras Marshallianas $x_1^*(p_1, p_2, W)$ e $x_2^*(\cdot)$ a partir da condição de tangência e da restrição orçamental.
 - (b) (1 ponto) Como varia x_1^* quando p_1 sobe? E x_2^* ?
 - (c) (2 pontos) Substitua as procuras em U para obter a expressão da utilidade máxima em função dos preços e rendimento, $U^*(p_1, p_2, W)$, e mostre que é decrescente em p_1 .