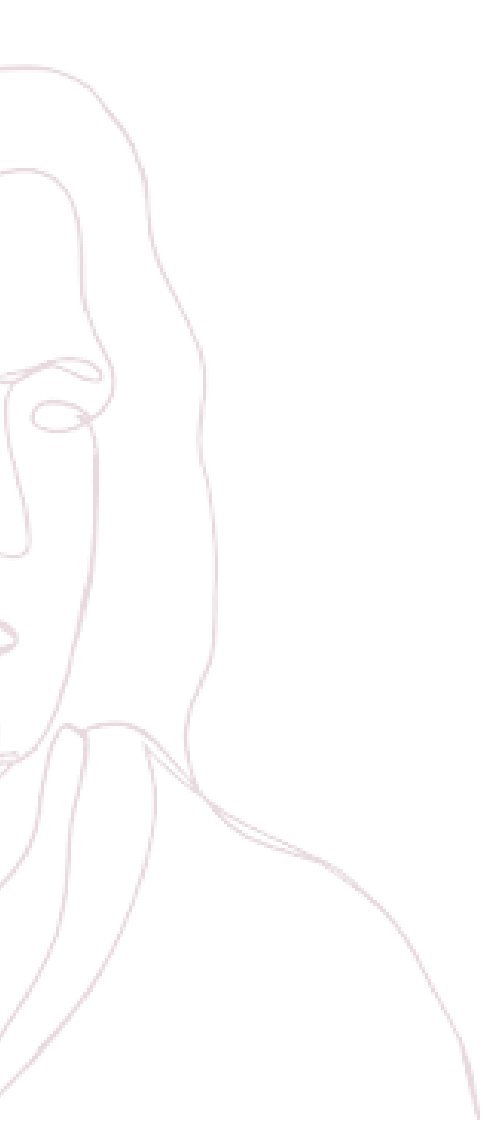




# Microeconomia

## Custos de Produção



## Tópicos de Hoje

- Da procura à oferta: passamos para o lado do **produtor**
- A função de produção: dos fatores ao produto, e da produção ao custo
- Lucro, receita e custo; custos fixos e variáveis; o CMg como tangente
- Custo médio e custo marginal, e a relação entre eles
- Curto prazo vs longo prazo e economias de escala

# Parte 1: A Função de Produção



## Onde Ficámos

Toda a primeira parte foi sobre o **consumidor**: quem compra, e como se comporta a procura.

Agora viramos para o **produtor**: quem vende. É o outro lado do mercado. 🏭

O objetivo da empresa é escolher a quantidade que **maximiza o lucro**. Mas antes de falar de custos e lucros, uma pergunta mais básica: como é que uma empresa **produz**?



## Dos Fatores ao Produto

Uma empresa transforma **fatores de produção** em **produto**:

$$\underbrace{L, K, \text{matérias-primas}, \dots}_{\text{fatores (inputs)}} \xrightarrow{F} \underbrace{Q}_{\text{produto (output)}}$$

A **função de produção**  $Q = F(L, K, \dots)$  diz quanto produto sai de cada combinação de fatores: baristas e máquinas fazem cafés, costureiras e teares fazem camisas. ☕ 👕



## Fatores Fixos e Fatores Variáveis

No **curto prazo**, alguns fatores não se conseguem ajustar (o capital  $K$ : fábrica, máquinas); outros ajustam-se rapidamente (o trabalho  $L$ : horas, turnos, contratações).

No **longo prazo**, todos os fatores são ajustáveis.

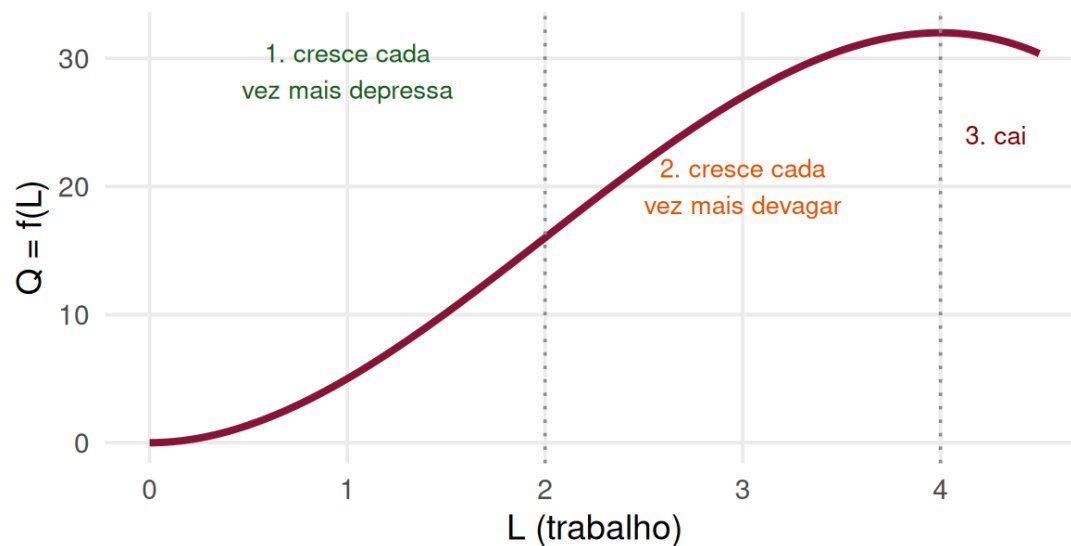
E os custos **herdam** esta divisão:

- Fatores fixos → **custos fixos** (a renda da fábrica paga-se, produza-se muito ou nada)
- Fatores variáveis → **custos variáveis** (mais produção, mais horas de trabalho, mais salários)



# A Forma Clássica da Função de Produção

No curto prazo, com  $K$  fixo, só  $L$  mexe:  $Q = f(L)$ . A forma típica tem **três fases**:

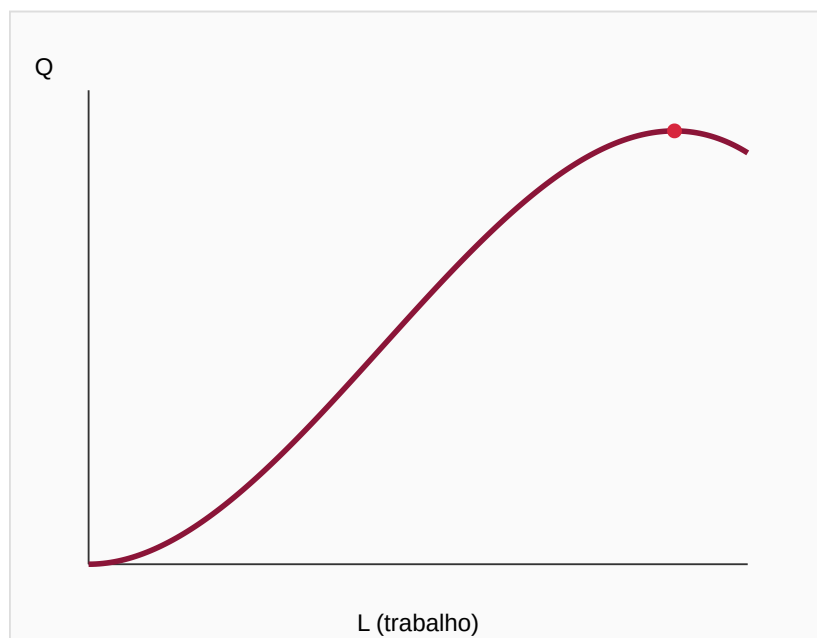


**1.** Especialização e divisão do trabalho. **2.** O fator fixo aperta: **rendimentos marginais decrescentes**. **3.** Demasiados trabalhadores para a mesma fábrica: atrapalham-se.



# Gráfico Interativo: Da Produção ao Custo

Segue os três passos, pela ordem dos botões. O slider controla o salário  $w$  por unidade de trabalho.



1 Produção:  $Q = f(L)$

2 Eixo em euros:  $L \times w$

3 Virar:  $CV(Q)$

$w$  (salário): 10 €



Cada nível de trabalho  $L$  dá um produto  $Q$ . Repara nas três fases da curva. O ponto vermelho é a produção máxima ( $L = 4$ ).





## O Custo Herda a Forma da Produção

Repara no que o gráfico interativo acabou de mostrar: o  $CV(Q)$  é a função de produção **vista ao contrário**, medida em euros.

- Onde  $f$  cresce **cada vez mais depressa**, o custo cresce **cada vez mais devagar** (cada euro de trabalho rende mais produto)
- Onde  $f$  cresce **cada vez mais devagar** (rendimentos marginais decrescentes), o custo cresce **cada vez mais depressa**

As curvas de custo não caem do céu: **nascem da tecnologia  $f$**  e do preço dos fatores. É este  $CV(Q)$  que vamos usar em toda a aula. 



# Questões de Revisão (Parte 1)

## Pergunta 1

Os custos fixos existem no curto prazo porque:

- a. As empresas têm sempre dívidas para pagar
- b. Há fatores de produção que não se conseguem ajustar nesse horizonte
- c. Os salários estão definidos por contrato
- d. A produção nunca pode ser zero

**Resposta: b)** São os custos dos **fatores fixos**: pagam-se qualquer que seja  $Q$ , mesmo  $Q = 0$ .

## Pergunta 2

A zona em que  $CV(Q)$  cresce cada vez mais depressa (convexa) reflete:

- a. Economias de escala
- b. A subida do salário  $w$
- c. Os rendimentos marginais decrescentes do fator variável
- d. A existência de custos fixos elevados

**Resposta: c)** Quando cada trabalhador adicional acrescenta menos produto, cada unidade adicional de  $Q$  exige mais trabalho, logo custa mais.

### Pergunta 3 (Exercício)

Uma empresa tem função de produção  $Q = f(L) = 10\sqrt{L}$  e paga salário  $w = 20$  por unidade de trabalho.

- a) Inverta  $f$  para obter o trabalho necessário  $L(Q)$  e escreva o custo variável  $CV(Q)$ .
- b) Com custos fixos  $CF = 45$ , escreva  $C(Q)$ .
- c) Calcule o custo marginal. É crescente ou decrescente? Porquê?

## ✓ Pergunta 3 (Solução)

### 💡 Solução

- a)  $Q = 10\sqrt{L} \Rightarrow L = (Q/10)^2 = Q^2/100$ .  $CV(Q) = w \cdot L(Q) = 20 Q^2/100 = Q^2/5$ .
- b)  $C(Q) = 45 + Q^2/5$ .
- c)  $CMg = dC/dQ = 2Q/5$ : **crescente**.  $f$  tem rendimentos marginais decrescentes ( $\sqrt{L}$  achata), logo cada unidade extra de  $Q$  exige cada vez mais trabalho, e o custo marginal sobe.

# Parte 2: Custo, Receita e Lucro



## **Lucro = Receita – Custo**

O **lucro económico** é a diferença entre o que entra e o que sai:

$$\pi(Q) = R(Q) - C(Q), \quad R(Q) = P \cdot Q$$

A empresa controla a **quantidade**  $Q$  que produz. Hoje concentramo-nos em  $C(Q)$ , a estrutura de custos. O preço e a receita entram na aula seguinte. 



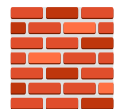
## Lucro Económico vs. Contabilístico

O lucro **económico** inclui o **custo de oportunidade** de todos os recursos, incluindo o capital e o tempo do próprio dono. O lucro **contabilístico** só conta os custos com fatura.

Exemplo: deixas um emprego de 30.000 euros/ano para abrir uma empresa. Esses 30.000 são um custo económico real, mesmo sem fatura. 💡

Uma empresa com lucro contabilístico positivo pode ter lucro **económico negativo**, se o dono pudesse ganhar mais noutro sítio.





## Custos Fixos e Variáveis

$$C(Q) = \underbrace{CF}_{\text{fixos}} + \underbrace{CV(Q)}_{\text{variáveis}}$$

- **Custos fixos (CF):** não variam com  $Q$ . Existem mesmo com  $Q = 0$ . Renda, seguros, equipamento (os fatores **fixos** da Parte 1).
- **Custos variáveis (CV(Q)):** crescem com a produção. Matérias-primas, energia, trabalho (os fatores **variáveis**).

A curva de  $C$  é a de CV deslocada para cima em CF: a distância vertical entre elas é sempre CF.



## Uma Tabela de Custos

Com  $CF = 20$  e  $CV(Q) = 5Q$ :

| $Q$ | CF | CV | $C = CF + CV$ | CMg | $CTMe = C/Q$ |
|-----|----|----|---------------|-----|--------------|
| 1   | 20 | 5  | 25            | 5   | 25           |
| 2   | 20 | 10 | 30            | 5   | 15           |
| 4   | 20 | 20 | 40            | 5   | 10           |
| 10  | 20 | 50 | 70            | 5   | 7            |

Repara: o custo **por unidade** (CTMe) cai à medida que  $Q$  cresce, porque os 20 de custo fixo se **diluem** por mais unidades.





## Custos por Unidade

$$CTMe = \frac{C(Q)}{Q} = \frac{CF}{Q} + \frac{CV(Q)}{Q}$$

- **Custo total médio:**  $CTMe = C/Q$
- **Custo variável médio:**  $CVMe = CV/Q$
- **Custo fixo médio:**  $CF/Q$ , sempre decrescente

A distância entre  $CTMe$  e  $CVMe$  é  $CF/Q$ , que **diminui** com  $Q$ :  
as duas curvas aproximam-se.

## Custo Marginal

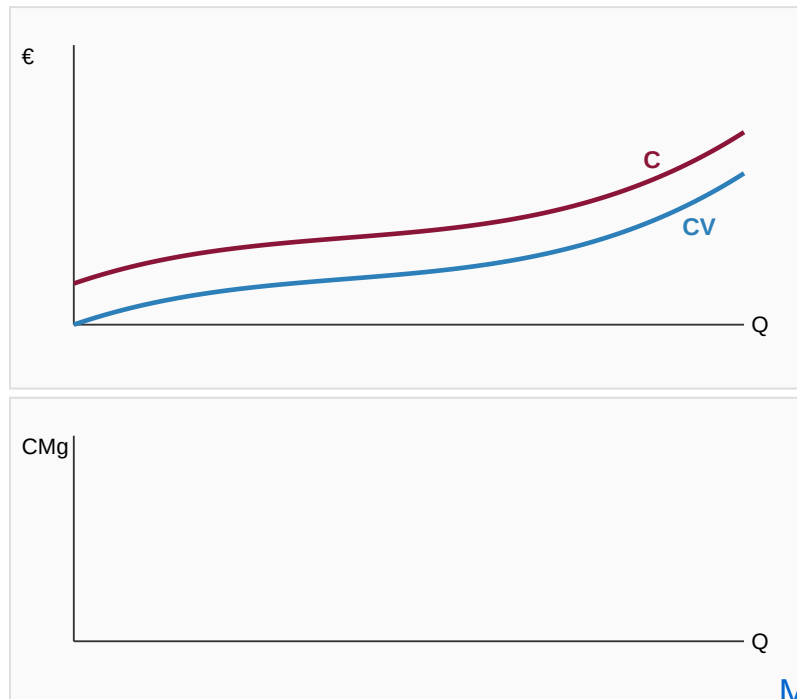
O **custo marginal** é o custo de produzir **mais uma** unidade:

$$CMg = \frac{dC}{dQ} = \frac{dCV}{dQ}$$

Repara: o CMg depende **só** do custo variável. O custo fixo não muda quando se produz mais uma unidade, por isso não entra no CMg. 

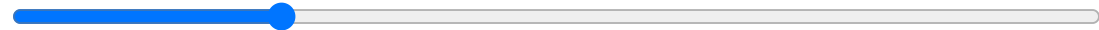
## Gráfico Interativo: A Tangente que Desenha o CMg

Arrasta o slider de  $Q$ : a tangente percorre  $C$  e  $CV$  (declives **iguais!**) e vai desenhando o CMg em baixo. Muda CF: o  $C$  desloca-se, a tangente e o CMg não mudam.



 Mostrar tangente e CMg

Q: 3.0



CF (custo fixo): 30 €



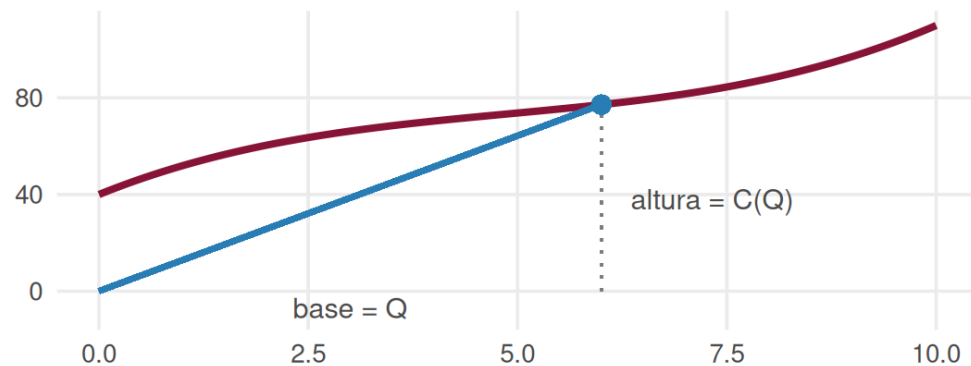
Declive da tangente = ?

Duas curvas: C (custo total) e CV (custo variável), separadas pela distância CF. Carrega no botão para veres a **tangente**.



## O Raio que Mede a Média

A tangente mede a **margem**. E a média? Liga a **origem** a um ponto da curva com um **raio**:

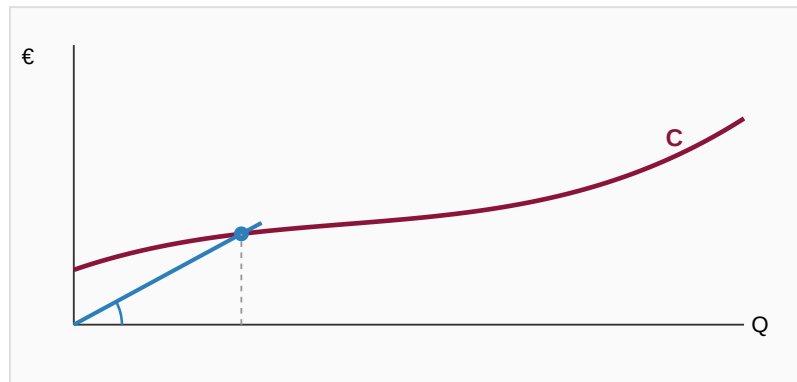


$$\text{declive do raio} = \frac{\text{altura}}{\text{base}} = \frac{C(Q)}{Q} = \text{CTMe}$$

O declive do raio é o **valor médio**: para o custo, o CTMe. 💡

# Gráfico Interativo: O Raio que Desenha o CTMe

Arrasta  $Q$  e repara no **ângulo** do raio: primeiro fecha (a média cai), depois abre (a média sobe). Em baixo, o CTMe desenha-se ponto a ponto.

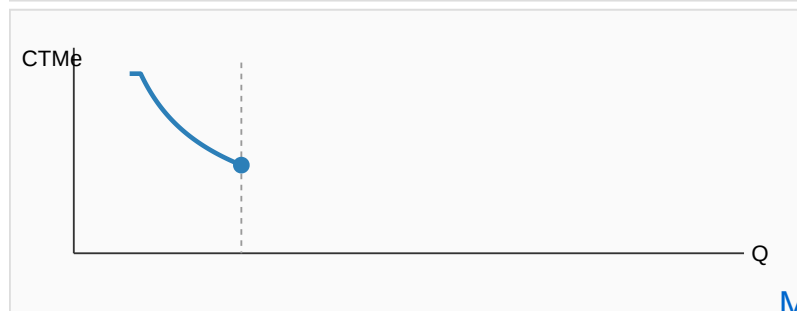


Q: 3.0



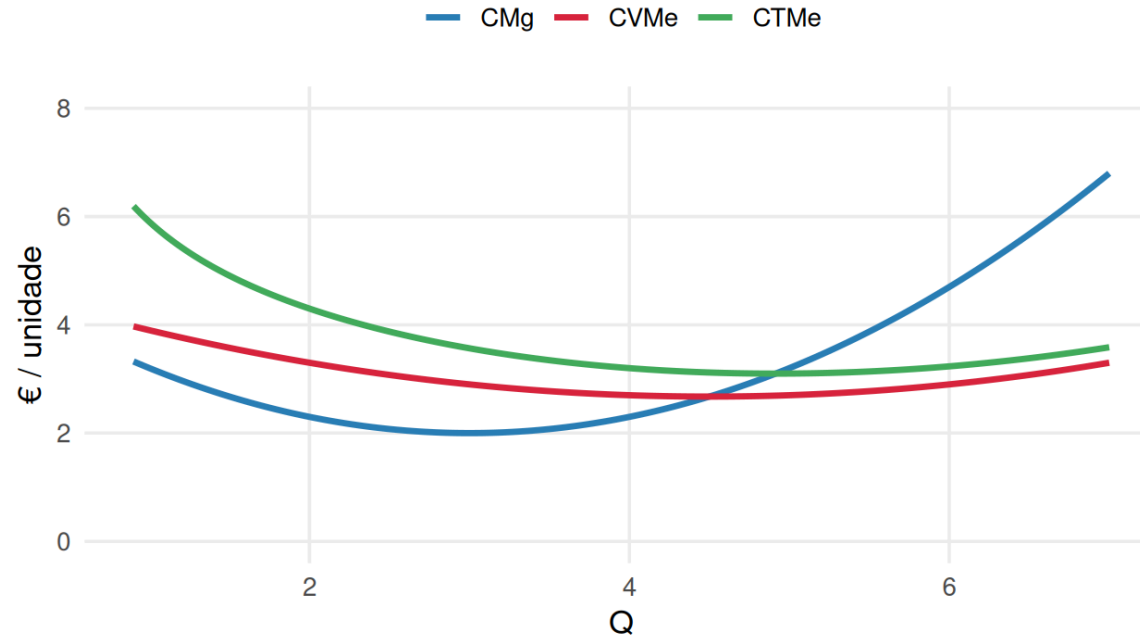
Declive do raio = **22.1 €/unidade** =  $CTMe(Q)$

O declive do raio é a **média**  $C(Q)/Q$ . Procura o  $Q$  em que o raio fica **tangente** à curva: é o ângulo mais fechado que o raio consegue.





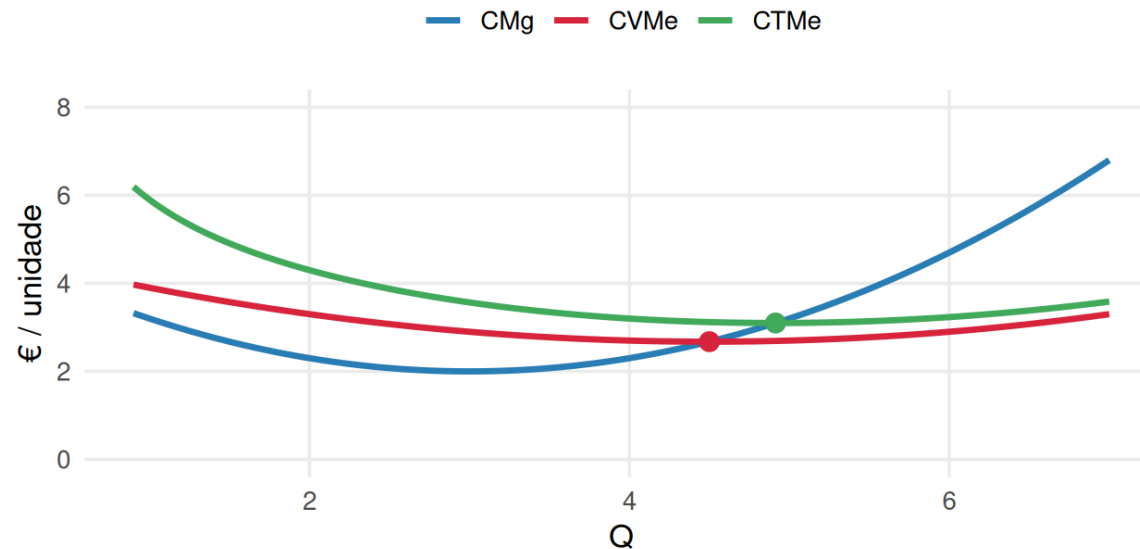
# As Curvas de Custo



Forma típica em **U**: os custos médios primeiro descem (diluição dos fixos, produtividade) e depois sobem. O CMg tem a sua própria curva. 



# 🎯 O CMg Cruza as Médias no Mínimo



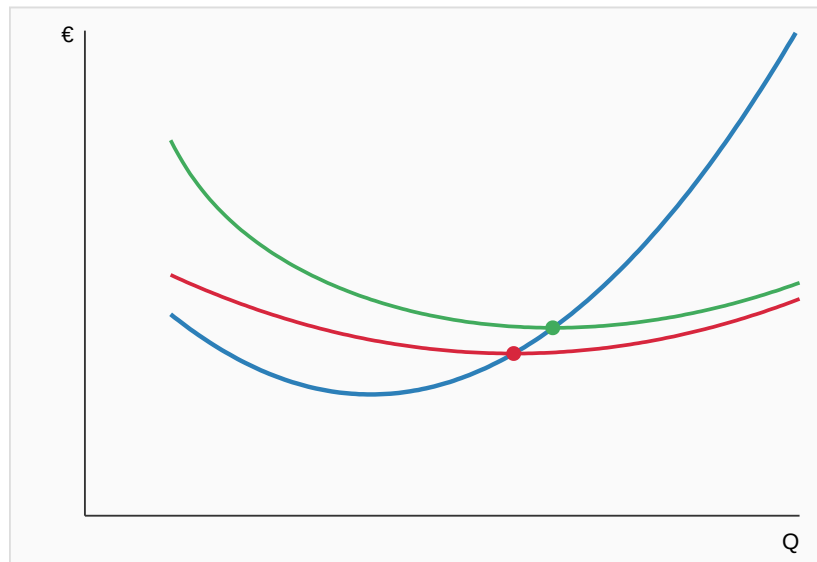
Analogia com notas: se a **nota da próxima cadeira** (marginal) for menor que a tua **média**, a média desce; se for maior, sobe. O CMg puxa as médias.

Por isso o CMg cruza o CVMe e o CTMe **exatamente nos seus mínimos**: é aí que a média deixa de descer e começa a subir. 🎯



# Gráfico Interativo: As Curvas de Custo

Arrasta o custo fixo. O CMg e o CVMe não mudam; o CTMe sobe e o seu mínimo desloca-se. 



CF: 2,0



■ CMg ■ CVMe ■ CTMe

mín. CVMe em  $Q \approx 4,5$

mín. CTMe em  $Q = 4,9 (= 3,10)$

## Questões de Revisão (Parte 2)

### Pergunta 4

Se  $C(Q) = 200 + 10Q + Q^2$ , qual é o custo marginal?

- a.  $CMg = 200 + 10Q$
- b.  $CMg = 10 + Q$
- c.  $CMg = 10 + 2Q$
- d.  $CMg = 200/Q + 10 + Q$

**Resposta: c)**  $CMg = dC/dQ = 10 + 2Q$ . O custo fixo (200) desaparece na derivada.

## Pergunta 5

Quando o custo marginal está **abaixo** do custo total médio, o CTMe está a:

- a. Diminuir
- b. Aumentar
- c. Manter-se constante
- d. Nada se pode dizer

**Resposta: a)** Se a unidade adicional custa menos do que a média, puxa a média para baixo. O CTMe só começa a subir quando  $CM_g > CTMe$ .

## Pergunta 6 (Exercício)

Uma empresa tem  $C(Q) = 50 + 8Q + 2Q^2$ .

- a) Identifique CF, CV(Q), CTMe, CVMe e CMg.
- b) Determine o  $Q$  que minimiza o CTMe e o seu valor.

### Solução

a)  $CF = 50$ ;  $CV = 8Q + 2Q^2$ ;  $CTMe = 50/Q + 8 + 2Q$ ;  $CVMe = 8 + 2Q$ ;  
 $CMg = 8 + 4Q$ .

b)  $\frac{d CTMe}{dQ} = -\frac{50}{Q^2} + 2 = 0 \Rightarrow Q^2 = 25 \Rightarrow Q = 5$ .  $CTMe(5) = 10 + 8 + 10 = 28$ .

Confirmação:  $CMg(5) = 8 + 20 = 28 \checkmark$ .

# Parte 3: Curto e Longo Prazo

## Curto vs. Longo Prazo

Recorda a Parte 1: a distinção **não é o calendário**, mas sim quais os fatores que a empresa consegue ajustar.

- **Curto prazo:** pelo menos um fator é **fixo** (tipicamente o capital: máquinas, instalações). Ajusta a produção contratando mais ou menos trabalho, mas não muda a dimensão da fábrica.
- **Longo prazo:** **todos** os fatores são variáveis. A empresa escolhe a escala de operação.

As curvas de custo que desenhámos são de **curto prazo**: têm um custo fixo. 



# A Curva de Custos de Longo Prazo

No longo prazo a empresa escolhe a escala. A forma do CTMe de longo prazo depende de como o custo unitário evolui com a **dimensão**:

- **Economias de escala: CTMe decrescente**
- **Deseconomias de escala: CTMe crescente**
- **Rendimentos constantes: CTMe constante**

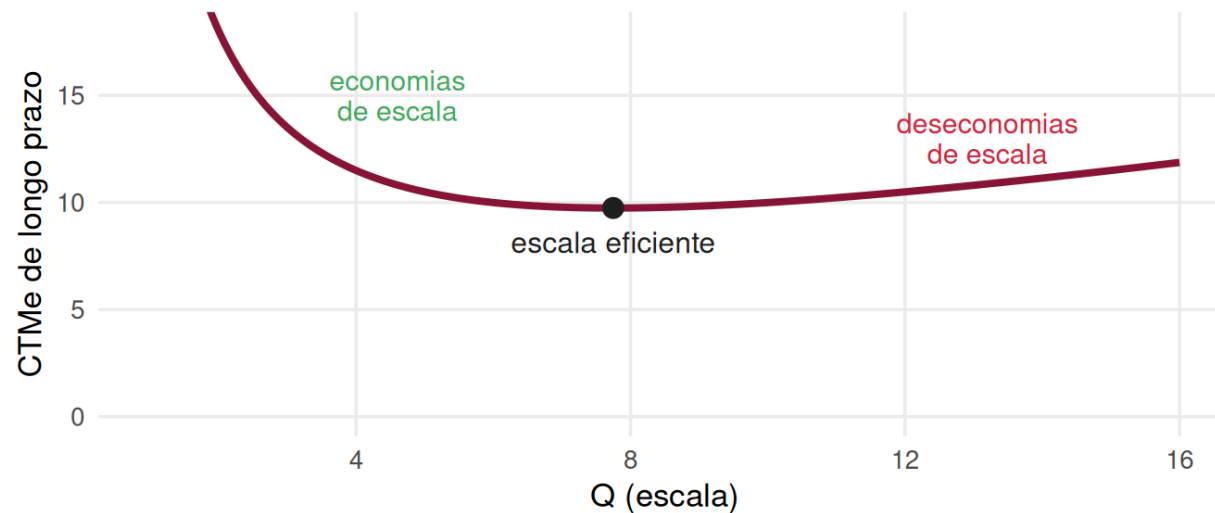




U

# O Custo Médio de Longo Prazo em

Juntando os dois efeitos: primeiro **economias** (o custo unitário desce), depois **deseconomias** (sobe).



O ponto mais baixo é a **escala eficiente**: a dimensão que produz ao menor custo por unidade. 🎯



# Economias de Escala

**CTMe decrescente:** produzir mais reduz o custo por unidade.

Fontes típicas:

- Custos fixos elevados diluídos por grande volume (telecomunicações, infraestruturas)
- Especialização do trabalho
- Descontos de compra em grande escala

Setores com grandes economias de escala tendem a ter poucas empresas grandes: é a raiz do **monopólio natural**. 



# Deseconomias de Escala

**CTMe crescente:** a partir de certa dimensão, crescer **aumenta** o custo por unidade.

Fontes típicas:

- Complexidade organizacional (coordenação mais difícil)
- Burocracia interna
- Problemas de comunicação e controlo

A empresa fica “grande demais” para funcionar bem. 🐘

## Escala Eficiente

A **escala eficiente** é o  $Q$  que **minimiza** o CTMe de longo prazo.

- À **esquerda**: economias de escala, vale a pena crescer.
- À **direita**: deseconomias, a empresa está grande demais.

A escala eficiente determina a dimensão “natural” das empresas de um setor. Escala eficiente grande face ao mercado → poucas empresas (setor concentrado). 



## Questões de Revisão (Parte 3)

### Pergunta 7

A distinção entre curto e longo prazo depende de:

- a. Ser mais ou menos de um ano
- b. O nível de custos fixos
- c. A dimensão da empresa
- d. Quais os fatores de produção que podem ser ajustados

**Resposta: d)** É funcional, não temporal: no curto prazo há pelo menos um fator fixo; no longo prazo todos são variáveis.

## Pergunta 8

Uma indústria com fortes economias de escala tem:

- a. Custos fixos nulos
- b. CTMe de longo prazo decrescente com a produção
- c. Custo marginal constante
- d. Custo variável superior ao fixo

**Resposta: b)** Economias de escala significam exatamente que o CTMe de longo prazo desce quando a produção aumenta.

## Pergunta 9 (Exercício)

Uma empresa tem  $C(Q) = 200 + 12Q + 0,5Q^2$ .

- a) Determine CF, CV, CTMe, CVMe e CMg.
- b) Encontre a escala eficiente (mínimo do CTMe) e o custo mínimo.
- c) Verifique que aí  $CMg = CTMe$ .

### Solução

a)  $CF = 200$ ;  $CV = 12Q + 0,5Q^2$ ;  $CTMe = 200/Q + 12 + 0,5Q$ ;  $CVMe = 12 + 0,5Q$ ;  $CMg = 12 + Q$ .

b)  $-200/Q^2 + 0,5 = 0 \Rightarrow Q^2 = 400 \Rightarrow Q = 20$ .  $CTMe(20) = 10 + 12 + 10 = 32$ .

c)  $CMg(20) = 12 + 20 = 32 = CTMe(20) \checkmark$ .

# ? E a Seguir?

Hoje montámos a estrutura de **custos** da empresa: fixos e variáveis, médios e marginais, no curto e no longo prazo.

**Na próxima aula:** juntamos a **receita** e o **preço**. A empresa maximiza o lucro onde a receita marginal iguala o custo marginal, e daí saem o monopólio, a concorrência perfeita e a **curva de oferta**. 