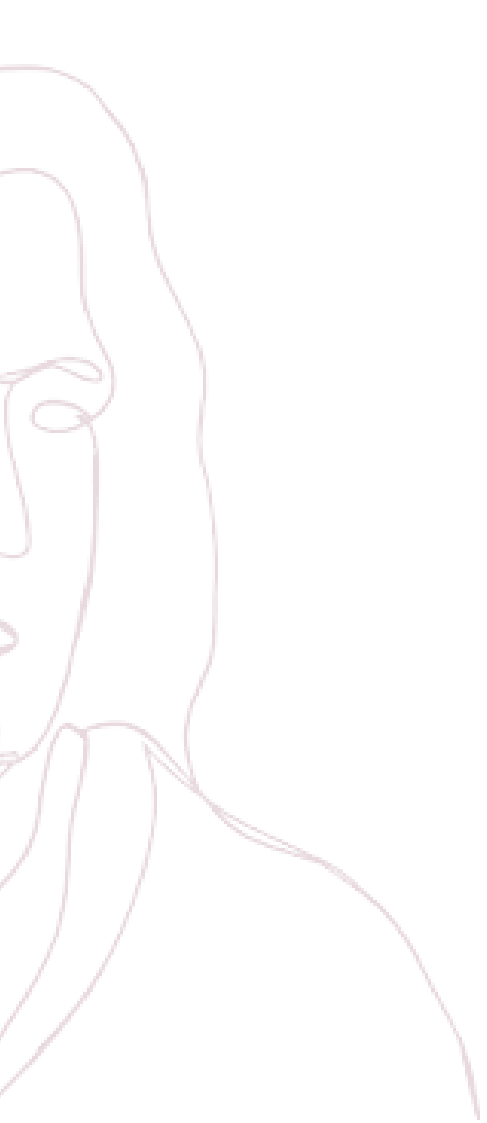




Microeconomia

A Teoria do Consumidor

Restrição Orçamental e Curvas de Indiferença

Onde Estamos no Modelo



- Neste capítulo começamos pela **Restrição Orçamental** e pelas **Preferências**

Cabaz e Espaço de Consumo

Cabaz de Bens

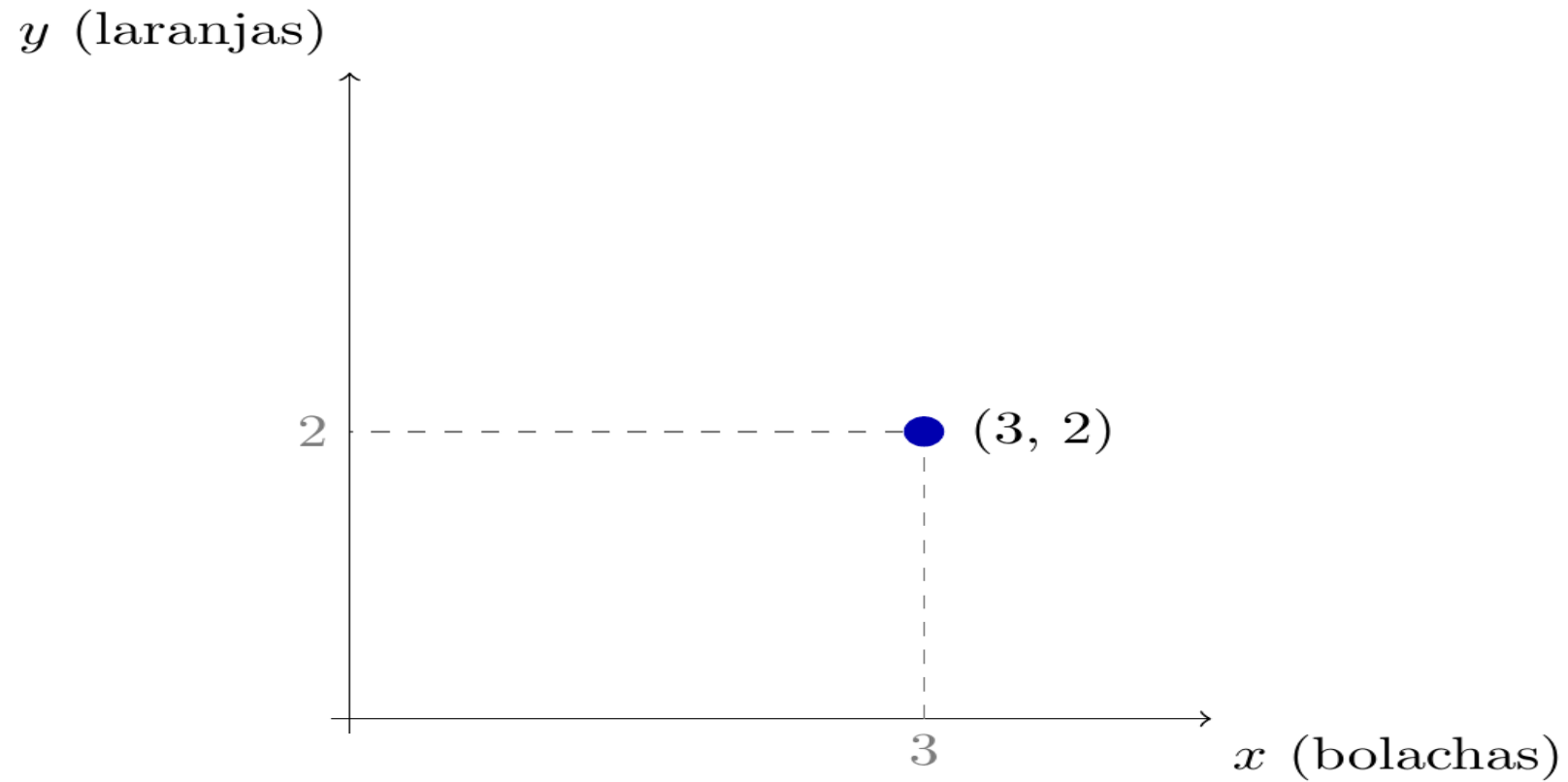
Definição: Cabaz de Bens

É composto por quantidades de vários bens. Quando se comparam cabazes, os bens são os mesmos, mas as quantidades de cada um variam.

Exemplo: Dois bens — bolachas de chocolate (x) e laranjas (y).

- O cabaz $(3, 2)$ é composto por 3 bolachas e 2 laranjas.
- Graficamente, é um ponto do espaço (x, y) .

Cabaz no Espaço de Consumo



Conjunto das Possibilidades de Consumo

- É o conjunto de **todos os cabazes** que podem ser adquiridos com um dado orçamento.
- O conjunto de cabazes cuja despesa **esgota o orçamento** designa-se **Restrição Orçamental**.

Restrição Orçamental

O Problema do Consumidor

De entre os cabazes disponíveis, encontrar a **escolha ótima**, dadas as variáveis exógenas:

- Orçamento (W)
- Preços de mercado (p_x, p_y)

O consumidor decide as **variáveis endógenas**: X e Y .

Restrição Orçamental — Formulação

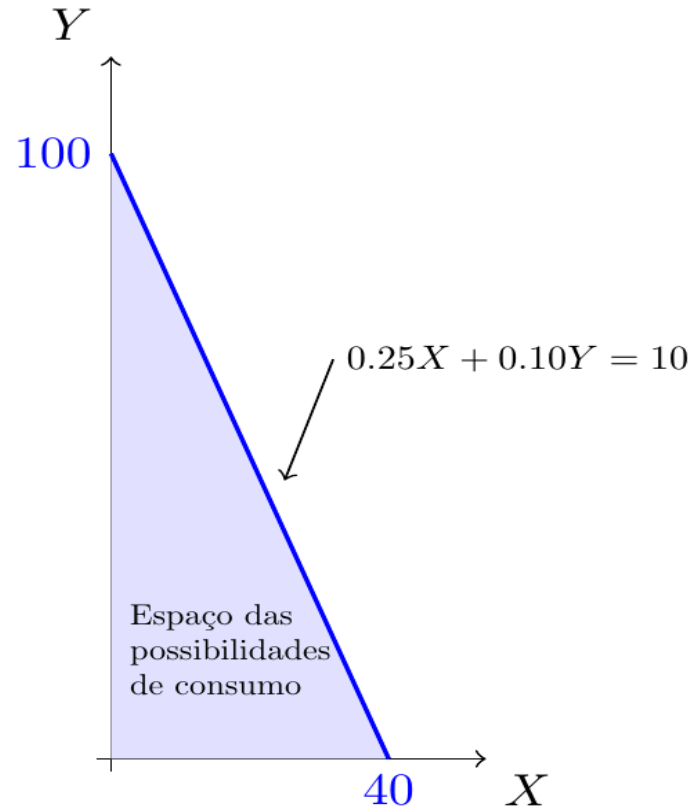
$$Xp_x + Yp_y = W$$

Exemplo: €10 para gastar em bolachas e laranjas.

- Cada bolacha custa €0.25 $\rightarrow p_x = 0.25$
- Cada laranja custa €0.10 $\rightarrow p_y = 0.10$

$$0.25 X + 0.10 Y = 10$$

Restrição Orçamental — Gráfico



- Também se escreve como $Y = 100 - 2.5X$

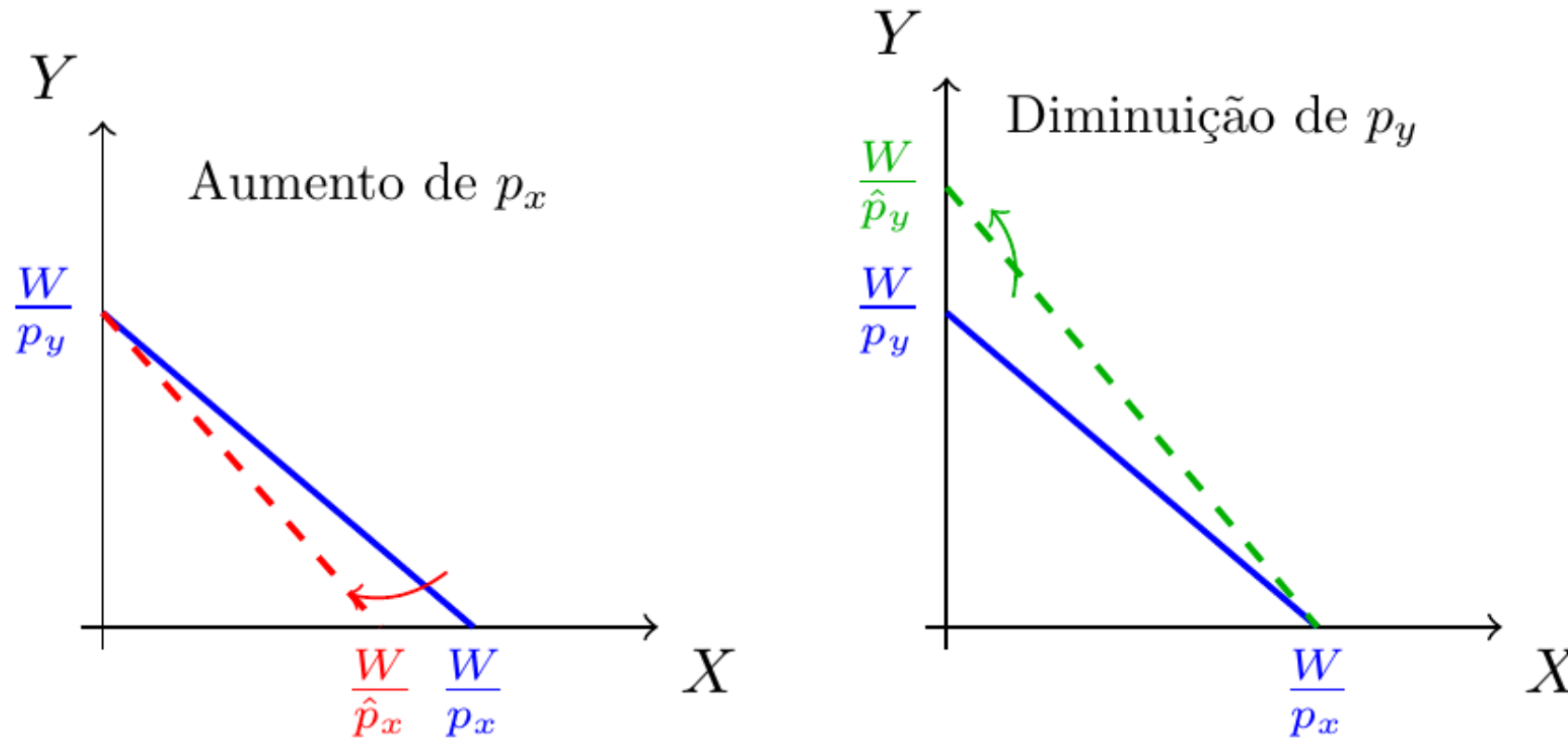
Declive da Restrição Orçamental

$$Xp_x + Yp_y = W \quad \Leftrightarrow \quad Y = \frac{W}{p_y} - \frac{p_x}{p_y}X$$

- $\frac{W}{p_y}$: **ordenada na origem** — máximo de Y se $X = 0$
- $-\frac{p_x}{p_y}$: **declive** — preço relativo de X em termos de Y

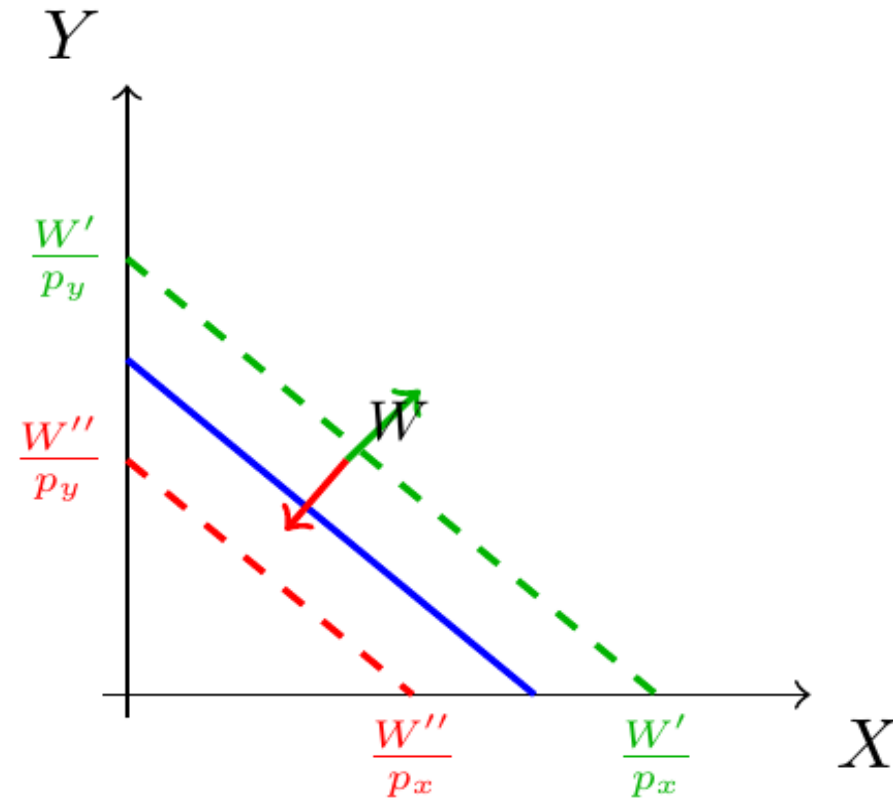
No exemplo: $Y = 100 - 2.5X$

Efeito de Mudança de Preço



- Mudança de $p_x \rightarrow$ roda em torno do intercepto em Y
- Mudança de $p_y \rightarrow$ roda em torno do intercepto em X

Efeito de Mudança de Orçamento



- Alteração em $W \rightarrow$ **translação paralela** — o declive $-p_x/p_y$ não muda

Preferências e Racionalidade 🧠

O Problema da Escolha

O espaço de consumo diz-nos **o que é possível** comprar.

Mas não nos diz **o que o consumidor prefere** — precisamos das suas **preferências**.

Questão central: De entre todos os cabazes acessíveis, qual é o melhor?

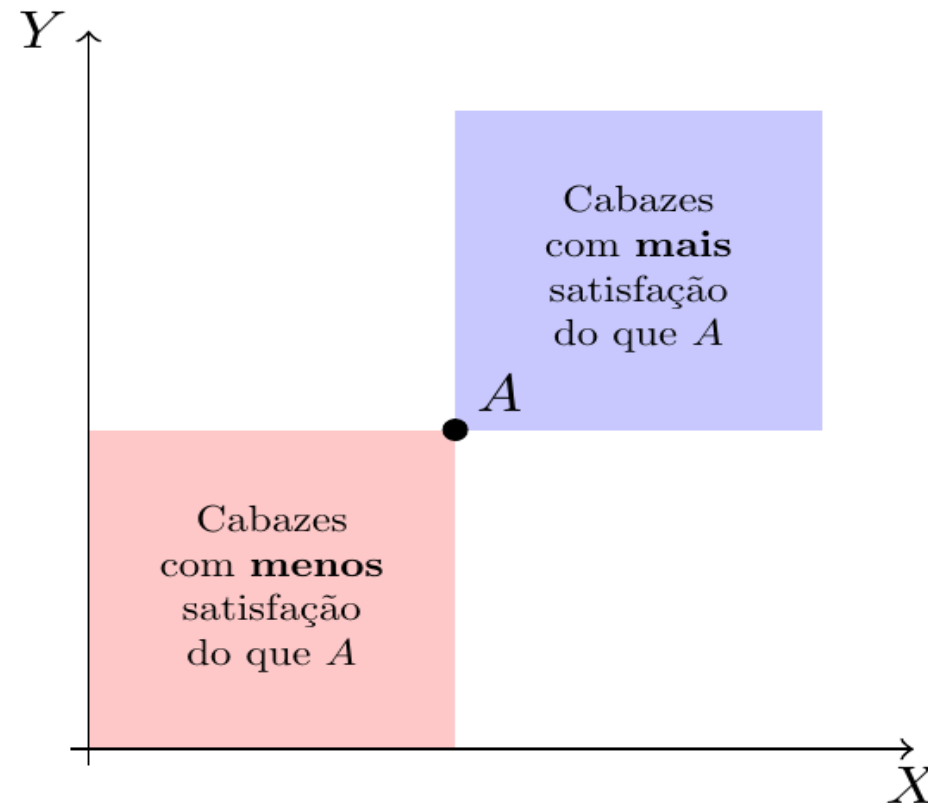
Axioma 1 — Desejabilidade

i Axioma 1: Desejabilidade (Não Saciedade)

Consumir mais é melhor.

Se $A = (25, 30)$ contém mais de **ambos** os bens do que $B = (20, 20)$, então $A \succ B$.

Desejabilidade — Gráfico



- E se um cabaz tiver **mais de um bem e menos do outro?**

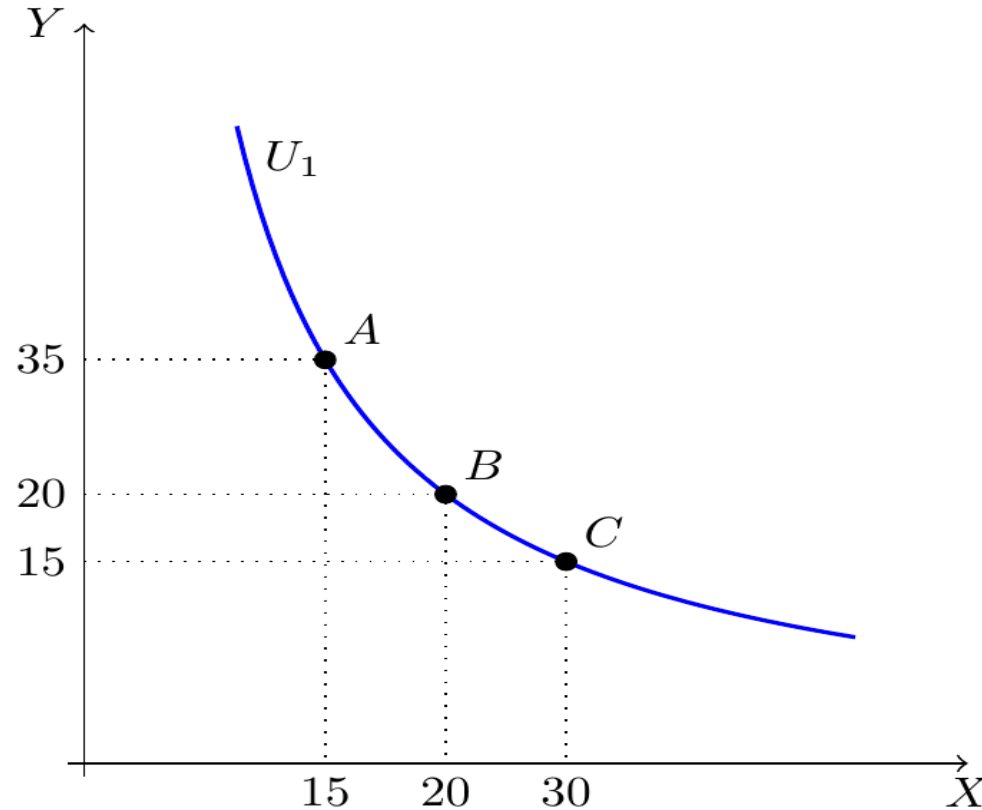
Curva de Indiferença

Definição: Curva de Indiferença

Conjunto de todos os cabazes **indiferentes entre si**.

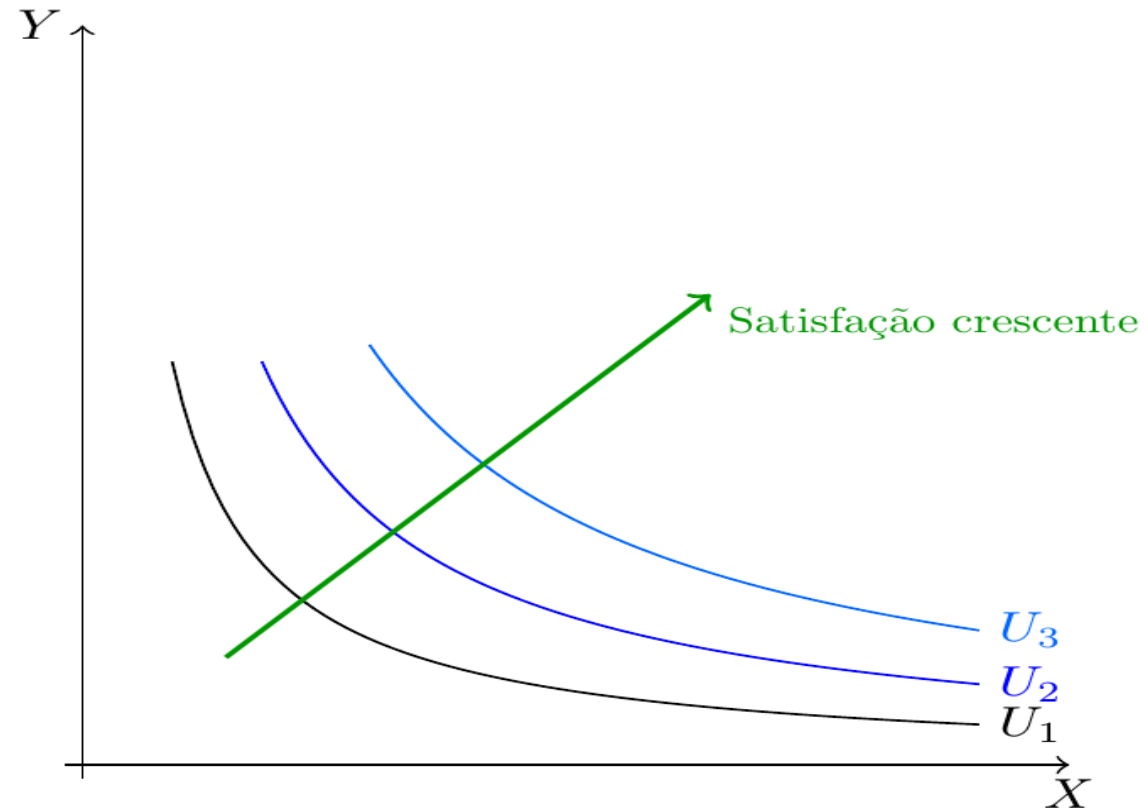
- Devido à desejabilidade, cabazes indiferentes têm sempre mais de um bem e menos do outro.
- No espaço XY , a curva de indiferença tem **inclinação negativa**.

Curva de Indiferença — Gráfico



A , B e C são cabazes **indiferentes** — pertencem à mesma curva U_1 .

Mapa de Indiferenças



Axioma 2 — Completude

Axioma 2: Preferências Completas

Dados dois cabazes, o consumidor sabe sempre dizer qual a relação de preferências entre eles. Todos os cabazes pertencem a uma curva de indiferença.

- Quanto mais alta a curva onde se localiza um cabaz, maior a satisfação.

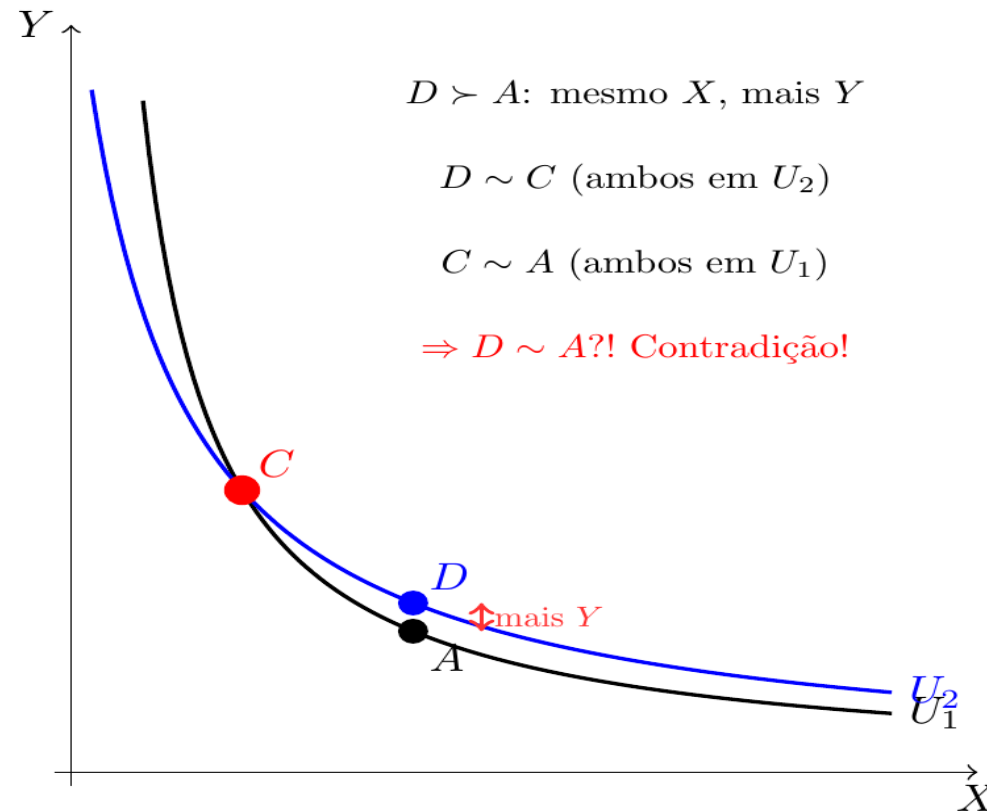
Axioma 3 — Transitividade

i Axioma 3: Preferências Transitivas

Se A é preferido a B , e B é preferido a C , então A é preferido a C .

Consequência direta: **as curvas de indiferença não se podem cruzar!**

Curvas de Indiferença Não se Cruzam · Restrição Orçamental (1)



Curvas de Indiferença Não se Cruzam · Restrição Orçamental (2)

A lógica do gráfico:

- $C = (1, 2)$ é a interseção, um ponto nas **duas** curvas
- $A = (2, 1)$ está só em U_1 ; $D = (2, 1.2)$ está só em U_2 — o mesmo X , mas D tem mais Y
- A seta “ $D \succ A$ ” evidencia esta relação
- A contradição é evidente: As CI cruzam-se!

Racionalidade do Consumidor

Preferências Racionais

Em contexto de desejabilidade, as preferências são **racionais** se forem **completas** e **transitivas**.

Outras hipóteses da Teoria do Consumidor:

- **Informação completa** sobre preços e características dos bens
- **Continuidade** do espaço orçamental
- **Independência** das escolhas entre consumidores

Exercícios · Restrição Orçamental

Exercício 1 (Escolha Múltipla) · Restrição Orçamental

O orçamento de um consumidor é $W = 60\text{€}$, $p_x = 3\text{€}$ e $p_y = 4\text{€}$. Qual é a equação da restrição orçamental na forma $Y = f(X)$?

(A) $Y = 20 - \frac{4}{3}X$ (B) $Y = 15 - \frac{3}{4}X$

(C) $Y = 15 - \frac{4}{3}X$ (D) $Y = 20 - \frac{3}{4}X$

 Resposta: (B)

$$Y = \frac{60}{4} - \frac{3}{4}X = 15 - 0.75X$$

Exercício 2 (Escolha Múltipla) · Restrição Orçamental

Com preferências racionais e desejabilidade, qual afirmação é **verdadeira**?

- (A) Dois cabazes são indiferentes mesmo que um tenha mais de ambos os bens.
- (B) As curvas de indiferença têm inclinação positiva.
- (C) Curvas mais afastadas da origem representam maior satisfação.
- (D) As curvas de indiferença podem cruzar-se se as preferências forem transitivas.

 Resposta: (C)

Pela desejabilidade, cabazes com mais quantidade são preferidos — curvas mais afastadas da origem correspondem a maior satisfação.

Exercício 3 (Desenvolvimento) · Restrição Orçamental

Um consumidor dispõe de €120 para gastar em X (€4/un.) e Y (€6/un.).

- a) Equação da restrição orçamental na forma $Y = f(X)$. Identifique declive e ordenada na origem.
- b) O preço de X sobe para €6. O que acontece graficamente?
- c) O consumidor recebe um subsídio de €60 (lump-sum). Efeito sobre a restrição?

Solução

- a) $4X + 6Y = 120 \Rightarrow Y = 20 - \frac{2}{3}X$. Declive: $-\frac{2}{3}$; Ordenada na origem: 20.
- b) Com $p_x = 6$: $Y = 20 - X$. O intercepto em Y mantém-se em 20; o intercepto em X passa de 30 para 20. A RO roda para dentro em torno de $(0, 20)$.
- c) Com $W = 180$: $Y = 30 - \frac{2}{3}X$. Translação paralela para fora — o declive não muda.

Utilidade, Gossen e o Problema do Consumidor

Recapitulação · Utilidade e Gossen

Na secção anterior:

- **Cabaz de bens** e espaço de consumo
- **Restrição Orçamental:** $Xp_x + Yp_y = W$
- **Preferências:** desejabilidade, completude, transitividade
- **Curvas de indiferença:** inclinação negativa, não se cruzam

Nesta secção: **função de utilidade, otimização e procura individual**

Taxa Marginal de Substituição (TMS)

TMS — Definição

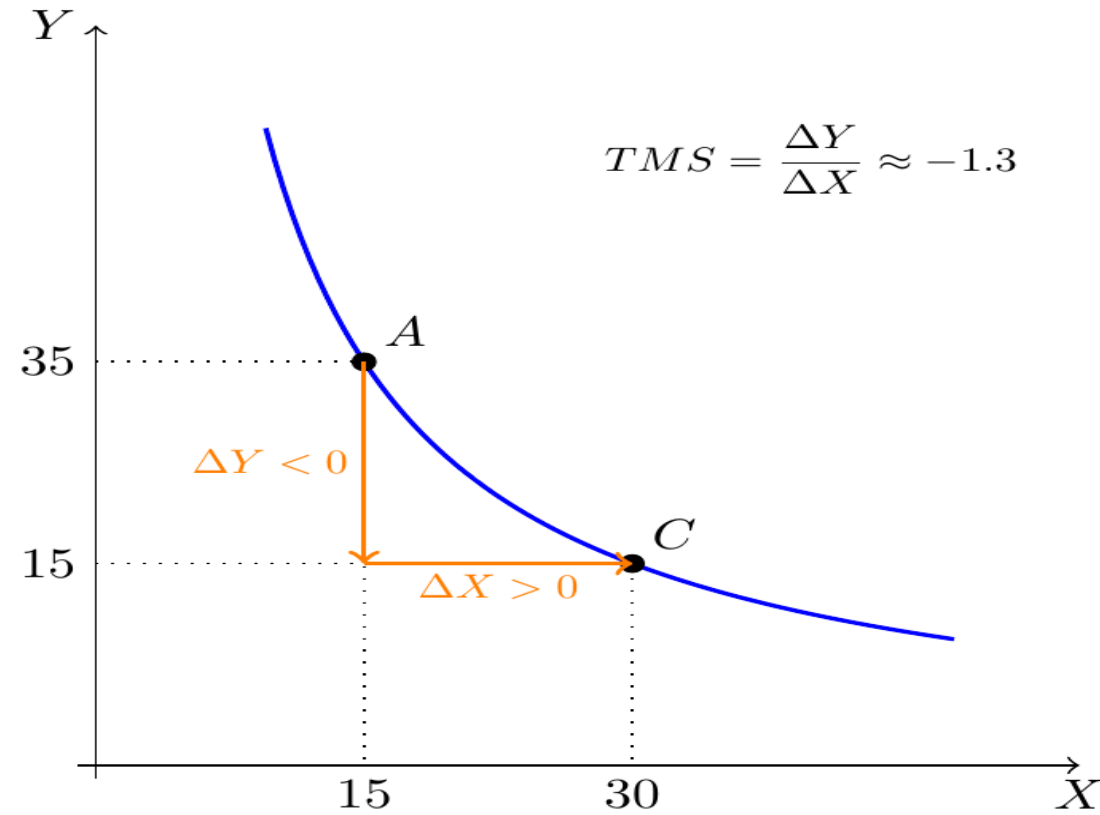
i Taxa Marginal de Substituição

É a taxa à qual o consumidor está disposto a trocar um bem pelo outro ficando **indiferente**. Define-se como a quantidade de Y de que está disposto a prescindir para ter mais uma unidade de X , mantendo a utilidade constante:

$$TMS = \frac{\Delta Y}{\Delta X} \Big|_{\Delta U=0}$$

Ao longo da curva de indiferença convexa, $|TMS|$ é **decrecente** — valorizamos mais o bem que temos em menor quantidade.

TMS — Gráfico



Função de Utilidade

Função de Utilidade — Definição

Função de Utilidade

Representação numérica da relação de preferência:

$$U(A) > U(B) \Leftrightarrow A \text{ é preferido a } B$$

$$U(A) = U(B) \Leftrightarrow A \text{ é indiferente a } B$$

Função de Utilidade — Natureza Ordinal

A função de utilidade é uma **relação ordinal** — ordena cabazes, mas o valor por si só **não tem significado cardinal**.

Consequência: muitas funções utilidade expressam as mesmas preferências — basta preservar a ordenação.

Exemplo: $A(20, 20) \succ B(10, 10)$ — todas estas funções descrevem as mesmas preferências:

$$U = x^{0.5}y^{0.5}, \quad U = 10x^{0.5}y^{0.5}, \quad U = 0.5(\ln x + \ln y)$$

Curvas de Indiferença e Função Utilidade

Uma curva de indiferença é o conjunto de todos os cabazes com a **mesma utilidade** $\bar{U}$:

$$\forall (x, y): U(x, y) = \bar{U} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta U = 0$$

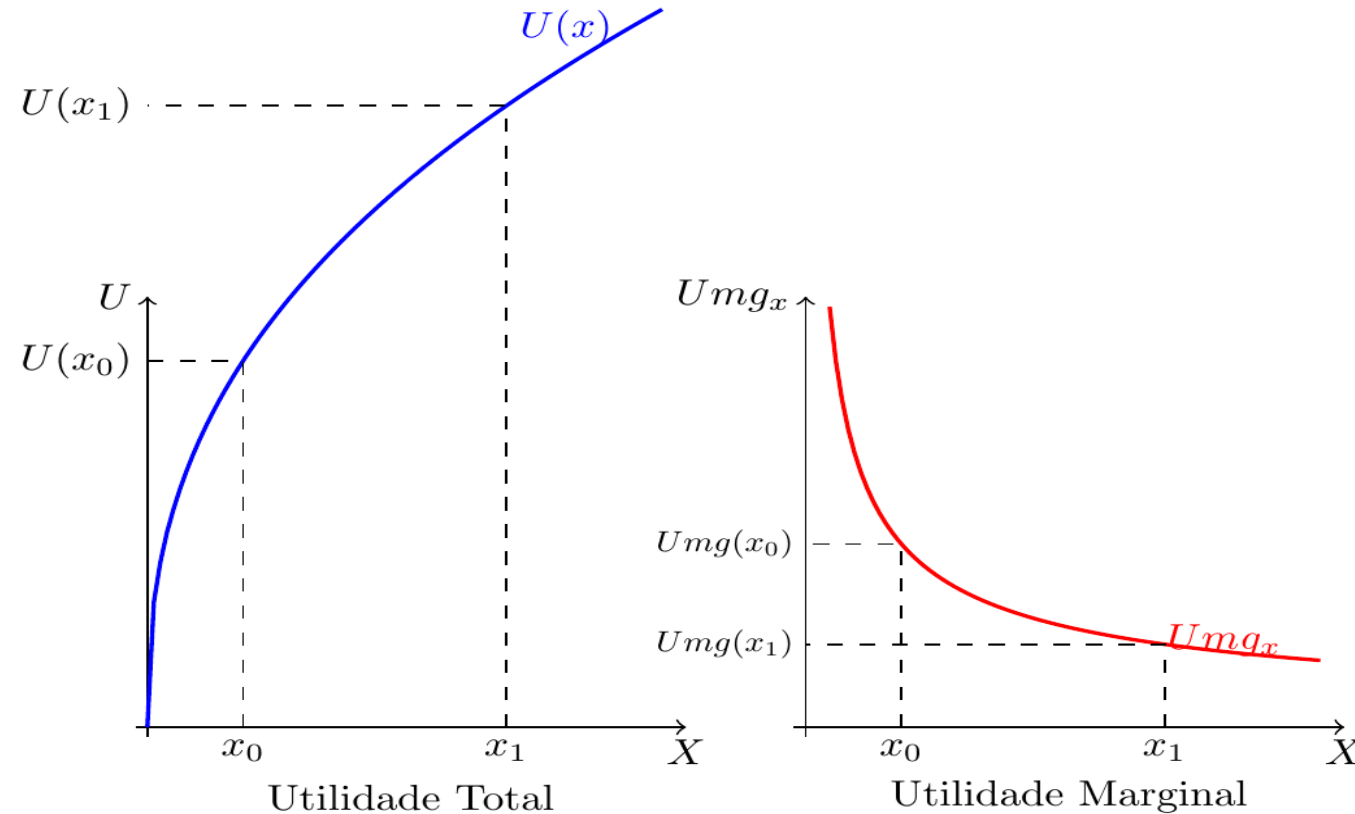
Utilidade Marginal e Leis de Gossen

Utilidade Total e Utilidade Marginal

- **Utilidade total** $U(x)$: satisfação ao consumir uma quantidade de um bem.
- **Utilidade marginal**: utilidade fornecida por **uma unidade adicional**:

$$Umg_x = \frac{\Delta U}{\Delta X} = U'_x$$

Utilidade Total vs. Utilidade Marginal



Aproximamo-nos do ponto de saciedade $\rightarrow Umg \rightarrow 0$

1.^a Lei de Gossen

! 1.^a Lei de Gossen — Utilidade Marginal Decrescente

Uma unidade adicional de um bem tem uma utilidade adicional **cada vez menor** à medida que o consumo aumenta — a **utilidade marginal é decrescente**.

Preço de reserva: máximo que o consumidor está disposto a pagar por mais uma unidade. À medida que consome mais, a disponibilidade a pagar diminui.

TMS e Utilidade Marginal

Ao longo da curva de indiferença, $\Delta U = 0$:

$$\Delta U = Umg_x \cdot \Delta X + Umg_y \cdot \Delta Y = 0$$

Isolando:

$$TMS = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = -\frac{Umg_x}{Umg_y}$$

Escolha Ótima e 2.^a Lei de Gossen ★

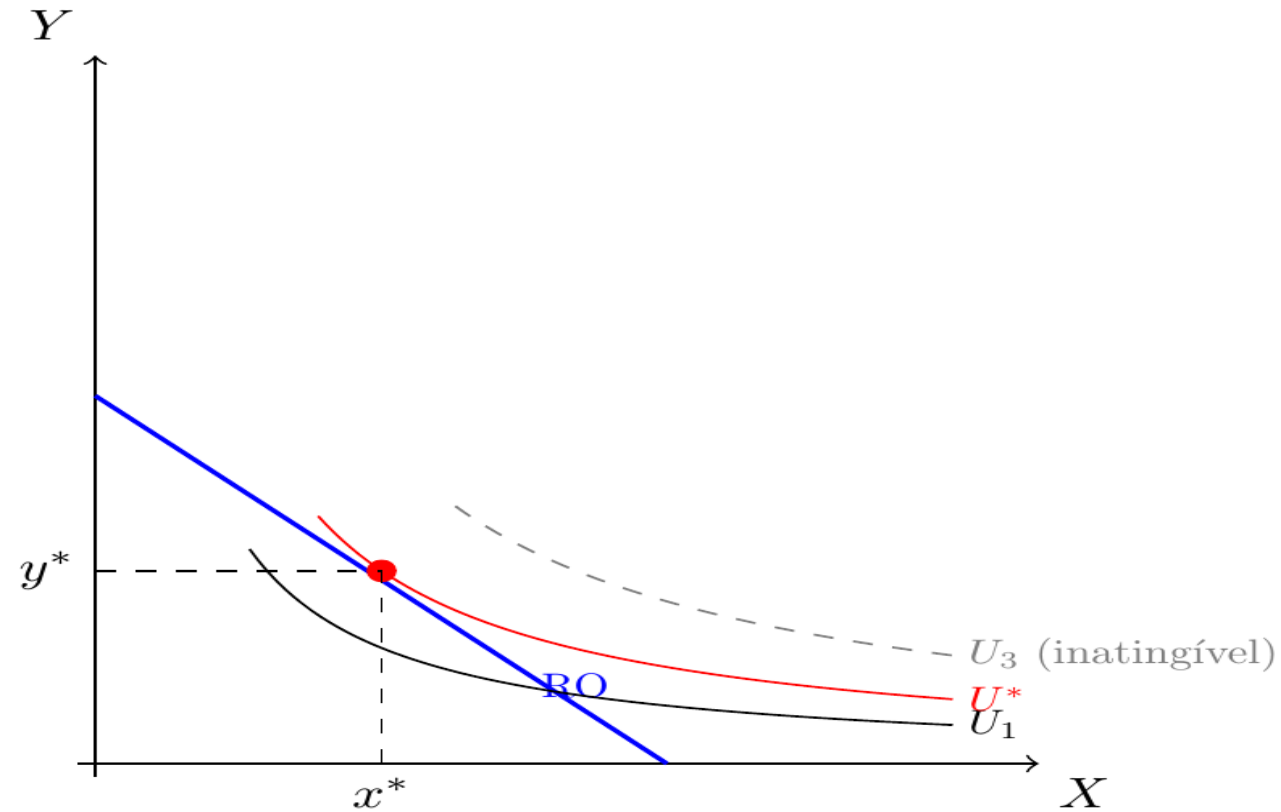
Escolha Ótima do Consumidor

Escolha Ótima

É o ponto de consumo que maximiza a utilidade sujeito ao orçamento disponível:

$$\max_{x,y} U(x, y) \quad \text{s.a.} \quad Xp_x + Yp_y = W$$

Escolha Ótima — Gráfico



2.^a Lei de Gossen

No ponto ótimo, o declive da RO iguala o declive da curva de indiferença:

$$-\frac{p_x}{p_y} = TMS = -\frac{Um g_x}{Um g_y}$$

! 2.^a Lei de Gossen

No ótimo do consumidor:

$$|TMS| = \frac{p_x}{p_y} \Leftrightarrow \frac{Um g_x}{Um g_y} = \frac{p_x}{p_y}$$

2.^a Lei de Gossen — Interpretação

$$\frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{p_x}{p_y}$$

- **Benefício marginal** de mais X : $\frac{Umg_x}{Umg_y}$ — quanto de Y “vale” uma unidade de X
- **Custo marginal** de mais X : $\frac{p_x}{p_y}$ — quanto de Y “custa” uma unidade de X
- No ótimo: **benefício marginal = custo marginal**

Exemplo Resolvido — Escolha Ótima

Um consumidor tem €160, $p_x = 20\text{€}$ (camisas), $p_y = 30\text{€}$ (calças), $U(x, y) = xy^3$.

Passo 1 — Calcular $|TMS|$:

$$Um_{g_x} = y^3, \quad Um_{g_y} = 3xy^2 \quad \Rightarrow \quad |TMS| = \frac{y}{3x}$$

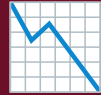
Passo 2 — 2.^a Lei de Gossen:

$$\frac{y}{3x} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad y^* = 2x^*$$

Passo 3 — Substituir na RO:

$$20x + 30(2x) = 160 \Rightarrow 80x = 160 \Rightarrow x^* = 2, \quad y^* = 4$$

Procura Individual

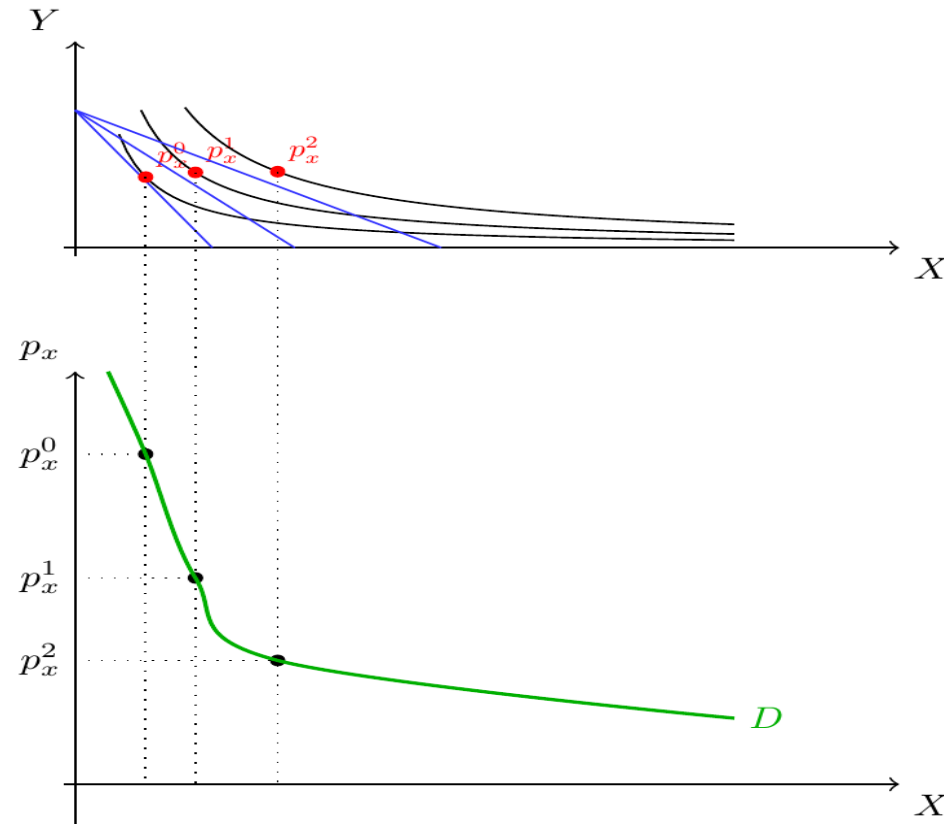


Dedução da Procura Individual

Ao variar p_x com p_y e W constantes, cada preço dá um ótimo diferente.

O lugar geométrico dos ótimos é a **Via Preço-Consumo**.

Via Preço-Consumo e Curva de Procura



Exercícios · Utilidade e Gossen

Exercício 1 (Escolha Múltipla) · Utilidade e Gossen

Um consumidor tem $U(x, y) = x \cdot y$, $W = 100\text{€}$, $p_x = 5\text{€}$, $p_y = 4\text{€}$. Qual a quantidade ótima de x ?

- (A) $x^* = 5$ (B) $x^* = 10$ (C) $x^* = 20$ (D) $x^* = 8$

 Resposta: (B)

$$Um_{g_x} = y, Um_{g_y} = x. 2.^a \text{ Lei: } \frac{y}{x} = \frac{5}{4} \Rightarrow y = \frac{5x}{4}.$$

$$\text{RO: } 5x + 4 \cdot \frac{5x}{4} = 10x = 100 \Rightarrow x^* = 10.$$

Exercício 2 (Escolha Múltipla) · Utilidade e Gossen

Qual das afirmações sobre a 1.^a Lei de Gossen é **correta**?

- (A) A utilidade total diminui à medida que se consome mais.
- (B) A utilidade marginal é crescente com o consumo.
- (C) A utilidade marginal é decrescente com o consumo.
- (D) A utilidade marginal é constante.

 Resposta: (C)

A 1.^a Lei de Gossen estabelece que cada unidade adicional acrescenta **menos** satisfação do que a anterior.

Exercício 3 (Desenvolvimento) · Utilidade e Gossen

Um consumidor tem $U(x, y) = x^2y$, $W = 90\text{€}$, $p_x = 3\text{€}$, $p_y = 2\text{€}$.

- a) Calcule Umg_x e Umg_y .
- b) Determine o cabaz ótimo (x^*, y^*) pela 2.ª Lei de Gossen.
- c) Calcule o nível de utilidade no ótimo.

Solução

a) $Umg_x = 2xy$; $Umg_y = x^2$.

b) 2.ª Lei: $\frac{2xy}{x^2} = \frac{2y}{x} = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{3x}{4}$.

RO: $3x + 2 \cdot \frac{3x}{4} = 3x + \frac{3x}{2} = \frac{9x}{2} = 90 \Rightarrow x^* = 20, \quad y^* = 15$.

c) $U(20, 15) = 400 \times 15 = 6000$.

Procura Individual e Excedente do Consumidor

Recapitulação · Procura e Excedente

Nas secções anteriores:

- **Restrição Orçamental e Preferências**
- **Função de Utilidade** — natureza ordinal
- **1.^a Lei de Gossen**: utilidade marginal decrescente
- **2.^a Lei de Gossen**: $|TMS| = p_x/p_y$ no ótimo
- **Procura Individual**: via preço-consumo

Nesta secção: **procura de mercado, modelos lineares e excedente do consumidor**

Procura de Mercado (Agregada)

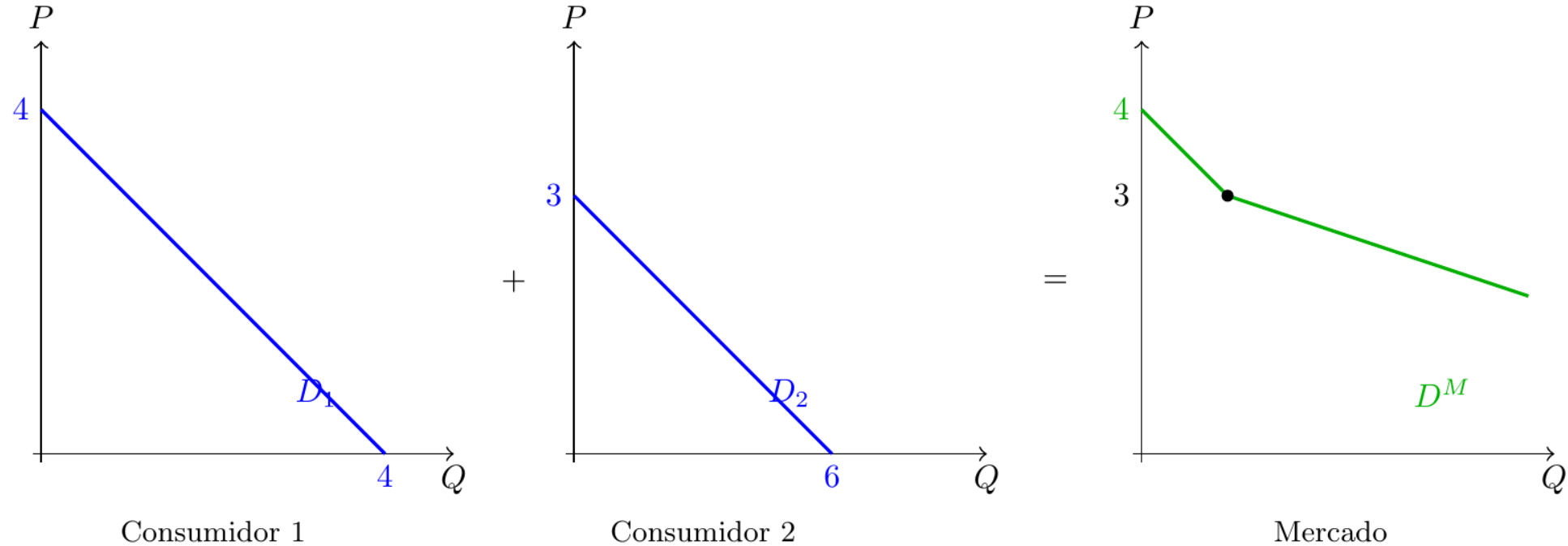
Da Individual à de Mercado

- Da determinação do ótimo deduz-se a **procura individual**
- **Por adição horizontal** das procuras individuais, obtém-se a **procura de mercado**:

$$Q^D(P) = \sum_{i=1}^n Q_i^D(P)$$

- A procura de mercado herda **todas as propriedades** das procuras individuais.

Agregação Horizontal



- Para $P > 3$: só D_1 ativa — $Q = 4 - P$
- Para $P \leq 3$: ambas ativas — $Q = 10 - 3P$ (cotovelo em $P = 3$)

Propriedades da Procura de Mercado

A procura de mercado herda as propriedades individuais:

- **Inclinação negativa:** ao subir o preço, diminui a quantidade — *Lei da Procura*
- Desloca para **fora** se: rendimento aumenta (bem normal), preço de substituto sobe, preço de complemento desce
- Desloca para **dentro** se: rendimento diminui (bem normal), preço de substituto desce, preço de complemento sobe

Bens Normais e Bens Inferiores

O efeito do **rendimento** sobre a procura depende do tipo de bem:

- **Bem normal:** o rendimento aumenta e a procura **expande-se** — é o caso mais comum.
- **Bem inferior:** o rendimento aumenta e a procura **contrai-se**. O consumidor substitui o bem por alternativas que passa a poder pagar.

Nota

O mesmo bem pode ser normal para uns consumidores e inferior para outros, e pode mudar de categoria ao longo da escala de rendimentos. A classificação não é uma propriedade do bem em si, mas da relação entre o bem e o rendimento de quem o compra.

Modelos Lineares para a Procura

Porquê Modelos Lineares?

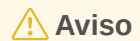
Para simplificação de cálculo, usa-se frequentemente a procura **linear**:

- **Forma direta** (quantidade em função do preço):

$$Q = a - b \cdot P$$

- **Forma inversa** (preço em função da quantidade):

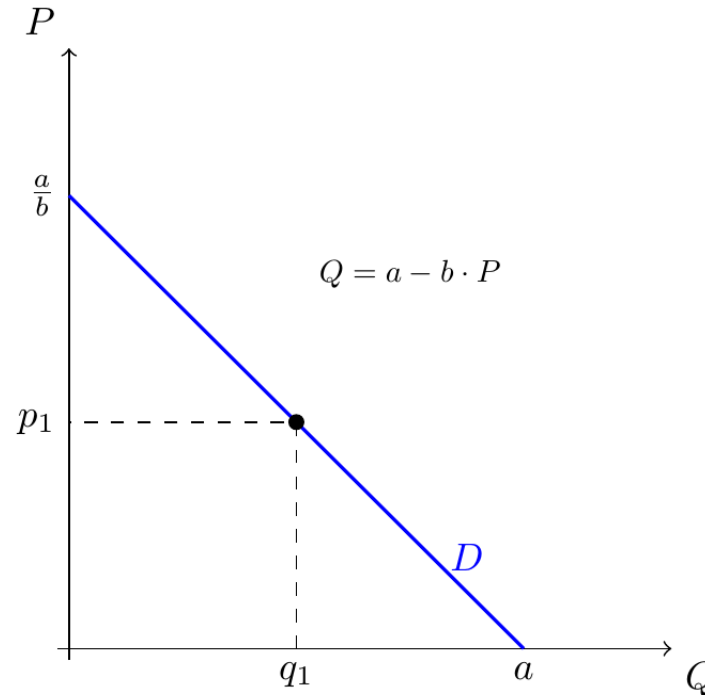
$$P = \frac{a}{b} - \frac{1}{b}Q$$



Aviso

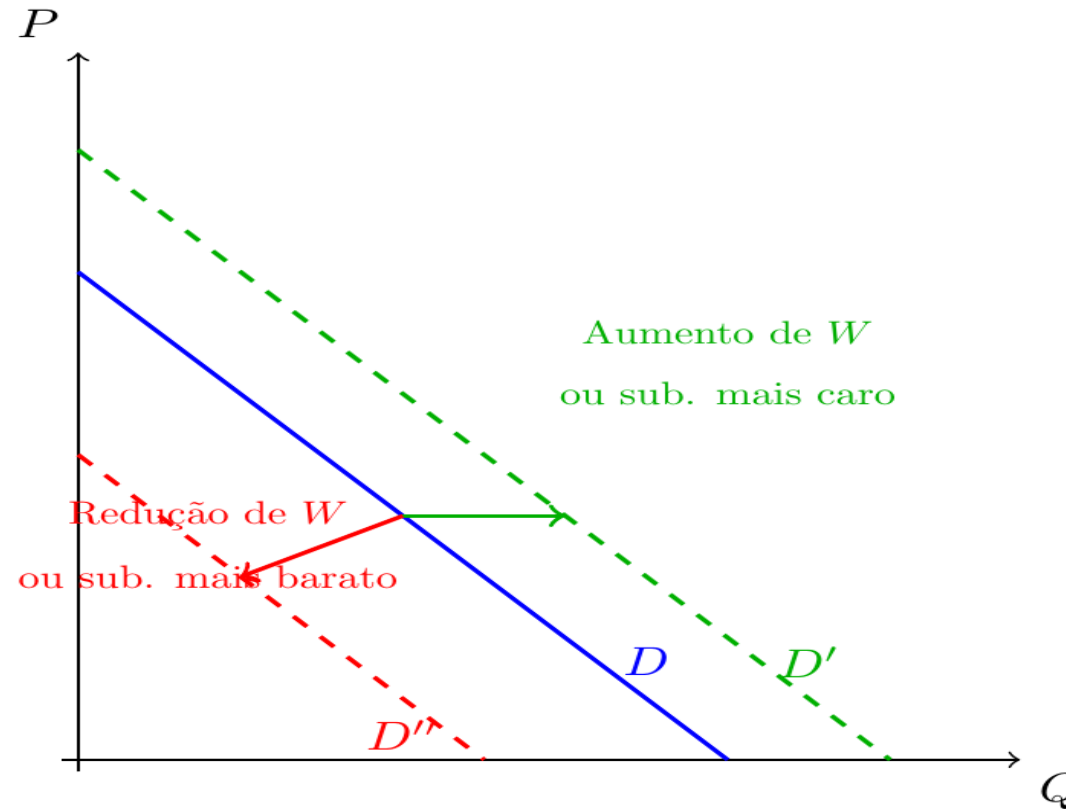
Qualquer que seja a forma, representa-se **sempre** no espaço (Q, P) , com P no eixo vertical — convenção de Marshall (1895).

Interpretação do Modelo Linear



- $\frac{a}{b}$: preço máximo (choke price) — acima disto $Q^D = 0$
- a : quantidade máxima — ao preço zero
- Ao preço p_1 , a quantidade ótima procurada é q_1

Deslocações da Procura Linear



Excedente do Consumidor 💰

Preço de Reserva

Preço de Reserva

O **preço de reserva** é o máximo que o consumidor está disposto a pagar por uma unidade adicional do bem. É dado pela curva de **procura inversa** avaliada na quantidade em causa.

Da 1.^a Lei de Gossen: à medida que se consome mais, a U_{mg} decresce
→ o preço de reserva também decresce.

A curva de procura é a curva dos preços de reserva marginais.

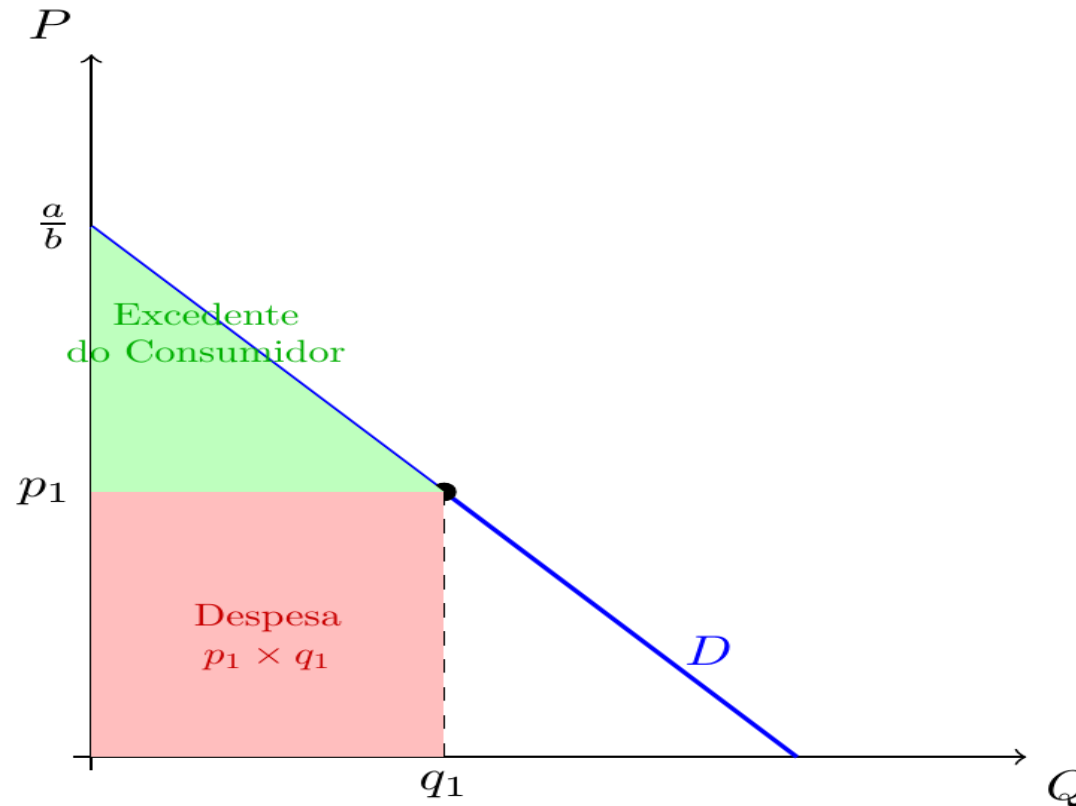
Excedente do Consumidor

Excedente do Consumidor

Por unidade transacionada, é a diferença entre o **preço de reserva** e o **preço de mercado** efetivamente pago.

O excedente total é a **área abaixo da curva de procura** e acima do preço de mercado.

Excedente do Consumidor — Gráfico



Cálculo do Excedente do Consumidor

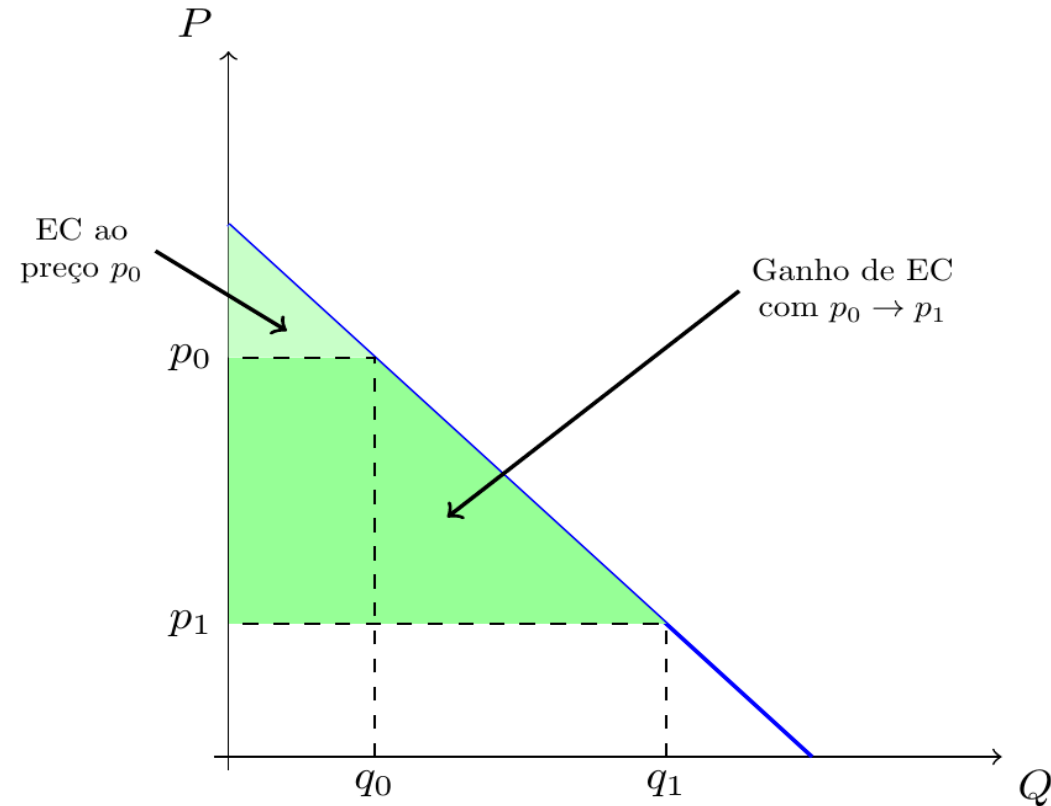
Para procura inversa $P = \frac{a}{b} - \frac{1}{b}Q$, ao preço p_1 :

$$EC = \frac{1}{2} \times q_1 \times \left(\frac{a}{b} - p_1 \right)$$

Exemplo: $P = 10 - 2Q$, preço de mercado $p = 4$.

- Quantidade: $Q = \frac{10 - 4}{2} = 3$
- $EC = \frac{1}{2} \times 3 \times (10 - 4) = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9$

Variação do Excedente com o Preço



Quando o preço **desce** de p_0 para p_1 , o excedente do consumidor **aumenta**.

Exercícios · Procura e Excedente

Exercício 1 (Escolha Múltipla) · Procura e Excedente

A procura de mercado é $Q^D = 120 - 4P$. Se o preço de mercado é $P = 10$, qual é o excedente do consumidor?

- (A) $EC = 200$ (B) $EC = 800$ (C) $EC = 400$ (D) $EC = 1600$

 Resposta: (B)

Procura inversa: $P = 30 - \frac{1}{4}Q$.

$Q = 120 - 40 = 80$. Preço máximo: 30.

$EC = \frac{1}{2} \times 80 \times (30 - 10) = \frac{1}{2} \times 80 \times 20 = 800$.

Exercício 2 (Escolha Múltipla) · Procura e Excedente

Dois consumidores: $Q_1^D = 8 - 2P$ e $Q_2^D = 6 - P$. Qual é a procura de mercado para $P \leq 4$?

(A) $Q^D = 14 - 3P$ (B) $Q^D = 14 - 2P$

(C) $Q^D = 6 - 3P$ (D) $Q^D = 8 - 3P$

 Resposta: (A)

Para $P \leq 4$ (ambos ativos): $Q^D = (8 - 2P) + (6 - P) = 14 - 3P$.

Para $P \in (4, 6]$: só $Q_2^D = 6 - P$ ativo. Para $P > 6$: $Q^D = 0$.

Exercício 3 (Desenvolvimento) · Procura e Excedente

A procura de mercado de um bem é $Q^D = 200 - 5P$.

- a) Escreva a equação da procura inversa.
- b) Se $P = 20$, calcule a quantidade transacionada e o excedente do consumidor.
- c) O preço desce para $P = 10$. Qual o novo excedente? Qual o ganho para os consumidores?

Solução

a) $P = 40 - \frac{Q}{5}$. Preço máximo: €40.

b) $Q = 200 - 100 = 100$. $EC = \frac{1}{2} \times 100 \times (40 - 20) = 1000$.

c) $Q = 200 - 50 = 150$. $EC = \frac{1}{2} \times 150 \times (40 - 10) = 2250$.

Ganho: $2250 - 1000 = 1250$.