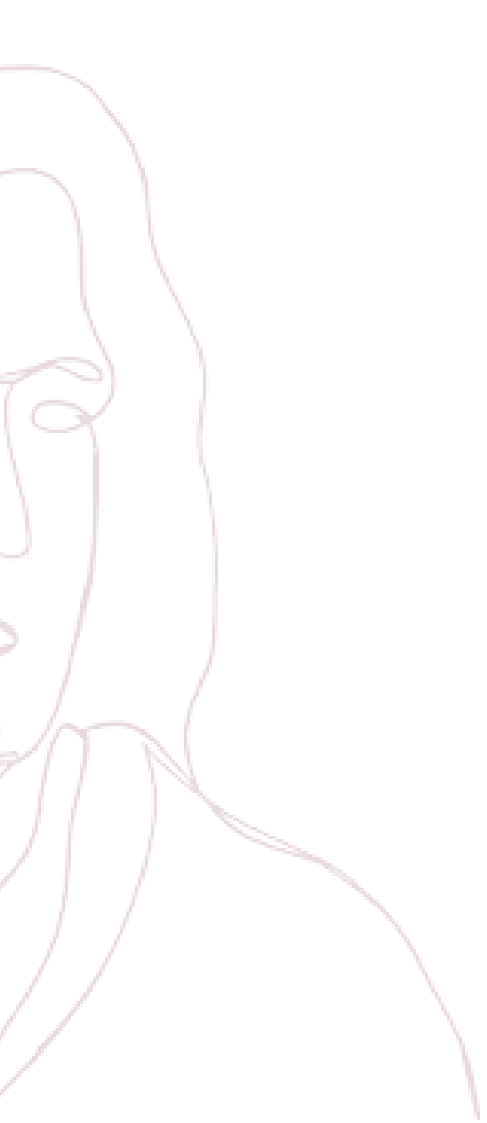




Microeconomia

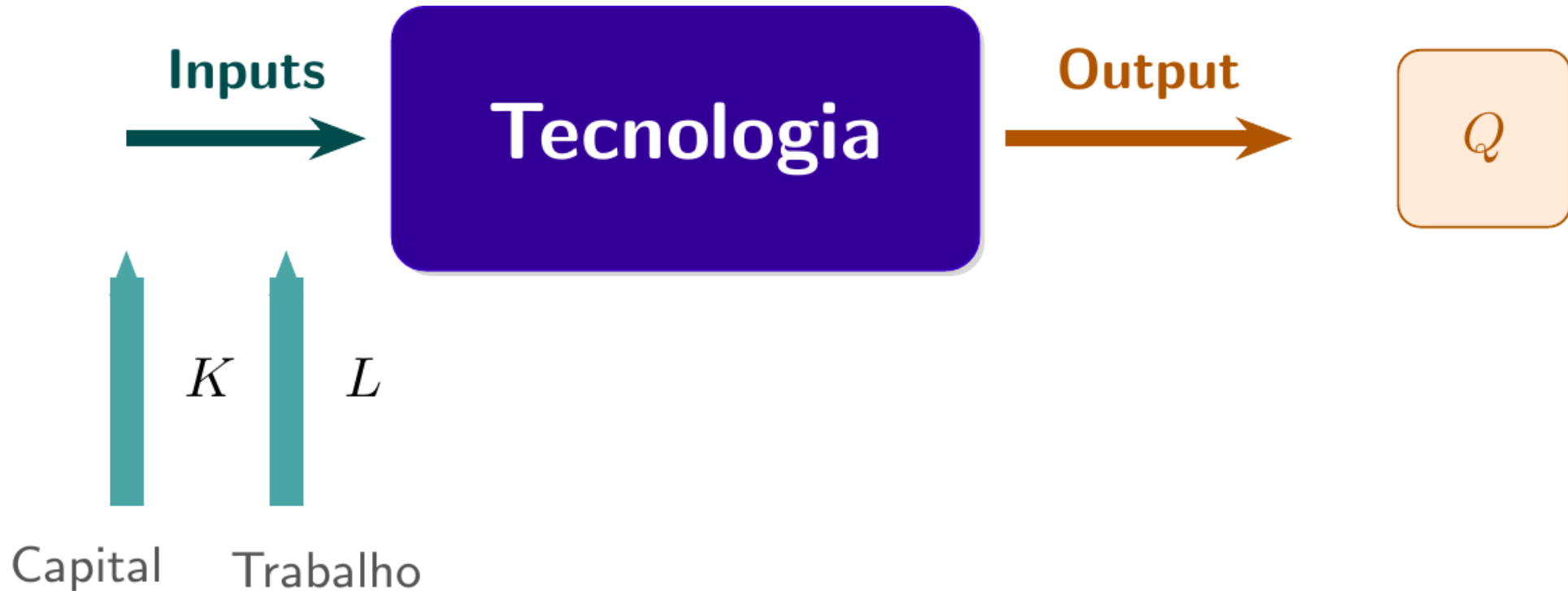
A Teoria do Produtor e o Equilíbrio Competitivo

Produção no Curto e no Longo Prazo

Teoria do Produtor

Objetivo: Compreender como as empresas transformam *inputs* em *output*, a diferença entre curto e longo prazo, e as propriedades da função de produção.

Modelo de Produção



Uma unidade produtiva contrata *inputs* no mercado de fatores e, usando uma tecnologia, transforma-os em *output*.

Escolhas da Empresa

São escolhas da empresa:

- Quantidade de cada *input* a contratar, em função dos respetivos preços de mercado.
- Quantidade de *output* a produzir, em função das condições de mercado e da tecnologia disponível.

Linguagem

$$F(K, L) = Q \quad (\text{Função de Produção})$$

Relação entre quantidade de *inputs* e quantidade de *output* que a partir deles se obtém, dada uma tecnologia.

$$CT = C(Q) \quad (\text{Função de Custos})$$

Relação entre custos de contratação de *inputs* e quantidade de *output* produzido, dada uma tecnologia.

Função de Produção

- Uma função de produção mostra o **produto máximo** que se pode obter através de combinações alternativas de fatores produtivos, dada uma certa tecnologia.
- Pressupõe-se eficiência na utilização de recursos.
- Notação: $F(K, L) = Q$, em que K é o capital e L é o trabalho.

Curto Prazo vs. Longo Prazo · Produção CP/LP

- Uma empresa tem de decidir: quantidade a produzir, localização, equipamentos a instalar, pessoal a contratar...
- Estas decisões são tomadas em **períodos de tempo diferentes**: é mais rápido contratar trabalhadores do que adquirir instalações.

Curto Prazo (conceito)

O **Curto Prazo** é um período de tempo suficientemente curto para que a empresa **não consiga modificar** a quantidade contratada de, pelo menos, um fator produtivo (fator fixo).

Normalmente, considera-se que o **Capital (K) está fixo** a curto prazo.

Longo Prazo (conceito)

O **Longo Prazo** é um período de tempo suficientemente longo para que a quantidade contratada de **todos os fatores produtivos** possa ser alterada.

- É neste contexto que se enquadram as planificações de produção para o futuro: área de produção, linhas de produto, maquinaria/tecnologia...

“Quanto Tempo tem o Tempo?”

- Longo Prazo e Curto Prazo são apenas **conceitos**.
- A duração necessária depende do **setor de atividade**.

Um mês pode ser suficiente para substituir toda a maquinaria de uma fábrica têxtil, mas não para o fazer numa fábrica de microcomponentes eletrónicos. O “longo prazo” pode *demorar mais* nalguns setores do que noutros.

Fatores Fixos e Variáveis

	Curto Prazo	Longo Prazo
Capital (K)	Fixo ($\bar{K}$)	Variável
Trabalho (L)	Variável	Variável

Nos modelos seguintes, considera-se L variável e K fixo a curto prazo:

$$F(\bar{K}, L) = f(L) \quad (\text{curva de produto total})$$

Produto Marginal do Trabalho (MPL)

Traduz a forma como a produção se altera (ΔQ) quando o *input* variável se altera (ΔL):

$$Pmg = MPL = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$$

É a variação do produto total quando se adiciona **uma unidade adicional de trabalho**, *cæteris paribus* (mantendo K constante).

Produto Médio do Trabalho (APL)

É a quantidade produzida, **em média**, por cada unidade de trabalho contratada:

$$PMe = APL = \frac{Q}{L}$$

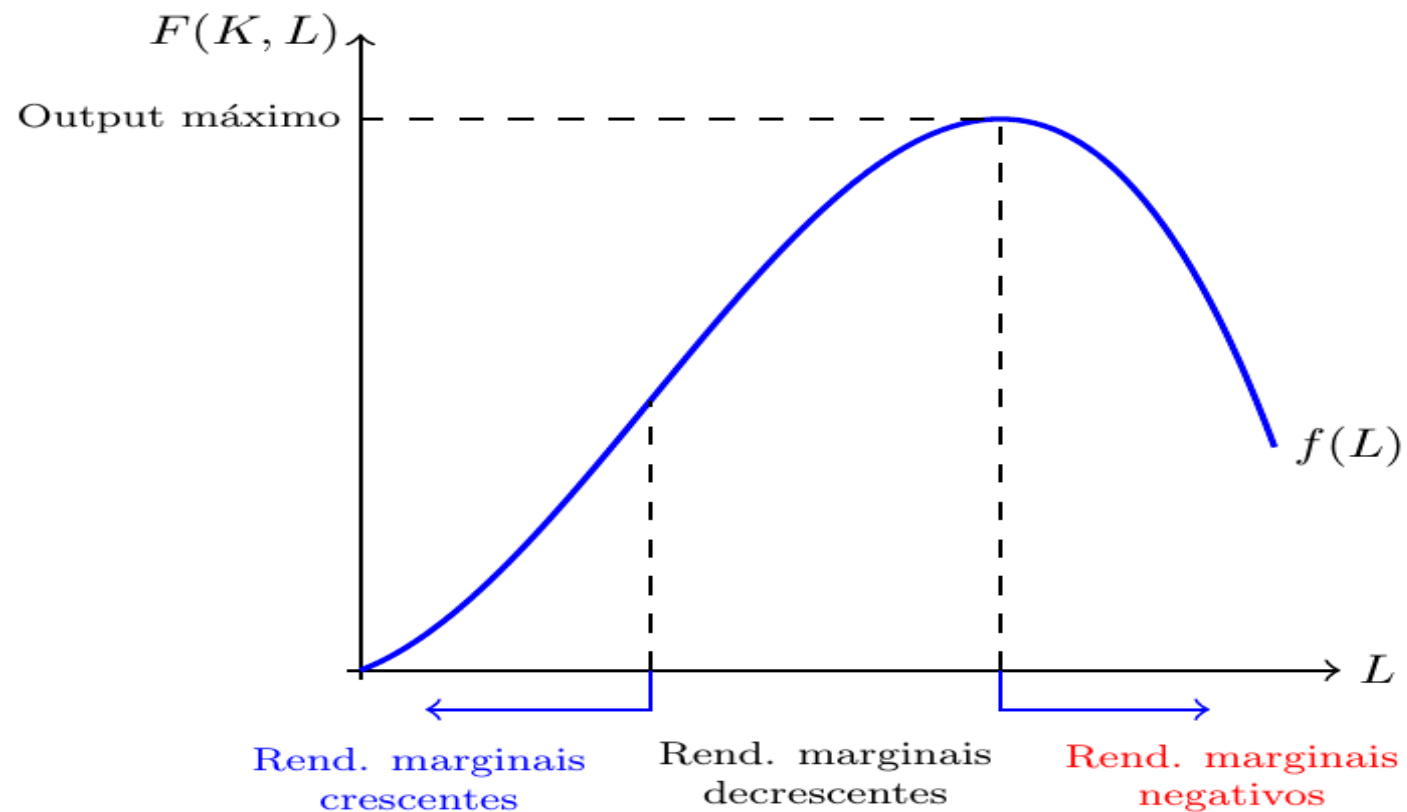
Uma “unidade de trabalho” pode ser uma pessoa, grupos de pessoas, ou uma unidade de tempo (horas, dias...).

Exemplo Numérico: APL e MPL

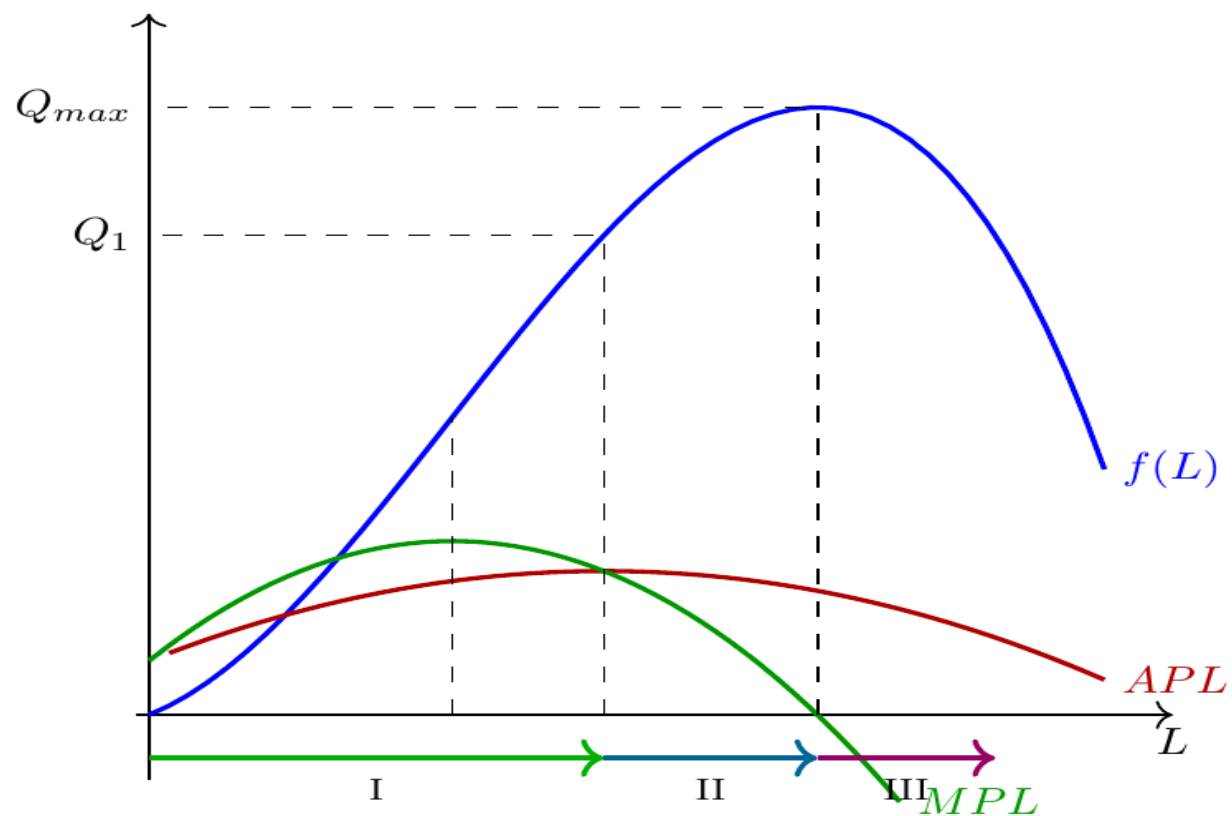
L	$F(K, L)$	APL	MPL
0	0	—	—
1	4	4.00	4
2	14	7.00	10
3	27	9.00	13
4	43	10.75	16
5	58	11.60	15
6	72	12.00	14
7	81	11.57	9
8	86	10.75	5
9	86	9.56	0
10	78	7.80	-8

- MPL máximo: $L = 4$
- Quando $MPL > APL$: APL está a crescer; quando $MPL < APL$: APL está a diminuir. APL máximo → ótimo técnico.

Curva de Produto Total



APL e MPL — Curva Geral



As 3 Etapas do Processo Produtivo

Etapa	Intervalo	Característica
I	$[0, Q_1]$	$MPL > APL$; APL crescente
II	$[Q_1, Q_{max}]$	$MPL < APL$; APL decrescente; $MPL \geq 0$
III	$Q > Q_{max}$	$MPL < 0$; produção decresce

A **Zona Económica de Exploração** é a **Etapa II** — é aqui que se situam as escolhas ótimas de produção.

Exemplos de Funções de Produção

Funções de produção podem ter formas analíticas muito diversas:

- $Q = 2KL \rightarrow$ a curto prazo ($K = 2$): $Q = 4L$
- $Q = K^{0.25} L^{0.5} \rightarrow$ a curto prazo ($K = 16$): $Q = 2L^{0.5}$
- $Q = K^{0.5} L^{0.5} \rightarrow$ a curto prazo ($K = 4$): $Q = 2L^{0.5}$
- $Q = -K^3 L^3 + 30K^4 L^2 + 10K^5 L \rightarrow$ a curto prazo ($K = 1$):
 $Q = -L^3 + 30L^2 + 10L$

Cada expressão representa um **diferente modelo de tecnologia**.

Produção a Longo Prazo: Efeito de $\uparrow K$

Um aumento de K **expande a curva de produto total** — efeito análogo ao de um progresso tecnológico.

Exercícios — Escolha Múltipla (1) · Produção CP/LP

1. A empresa A tem a função $Q = K^{0.5} L^{0.5}$ e a empresa B tem $Q = KL$. A curto prazo ($K = 4$):

- a. A empresa A tem MPL crescente e a empresa B tem MPL constante.
- b. A empresa A tem MPL decrescente e a empresa B tem MPL crescente.
- c. A empresa A tem MPL decrescente e a empresa B tem MPL constante.
- d. Ambas têm MPL decrescente.

Solução: A ($K = 4$): $Q = 2L^{0.5}$, $MPL = L^{-0.5} \rightarrow$ decresce com L . B ($K = 4$): $Q = 4L$, $MPL = 4 \rightarrow$ constante. Resposta: **c**).

Exercícios — Escolha Múltipla (2) · Produção CP/LP

2. Qual das seguintes afirmações sobre a Zona Económica de Exploração é **correta**?

- a. Corresponde à Etapa I, onde APL está a crescer.
- b. Corresponde à Etapa II, onde $MPL \geq 0$ e APL está a decrescer.
- c. Corresponde à Etapa III, onde o output é máximo.
- d. É onde o MPL é máximo.

Solução: b), por definição.

Exercício de Desenvolvimento · Produção CP/LP

Enunciado: Considere a função de produção

$$Q = -KL^3 + 30K^2L^2 + 10L, \text{ com } K = 1 \text{ fixo.}$$

- Calcule MPL e APL . A partir de que valor de L se verificam rendimentos marginais decrescentes?
- Delimite as três etapas do processo produtivo e identifique a Zona Económica de Exploração.

Solução — Desenvolvimento (a) · Produção CP/LP

$$MPL = \frac{dQ}{dL} = -3L^2 + 60L + 10$$

$$APL = \frac{Q}{L} = -L^2 + 30L + 10$$

Rendimentos marginais decrescentes quando $\frac{d(MPL)}{dL} < 0$:

$$\frac{d(MPL)}{dL} = -6L + 60 = 0 \Rightarrow L = 10$$

Para $L > 10$: rendimentos marginais **decrescentes**.

Solução — Desenvolvimento (b) · Produção CP/LP

Etapa I → II: $MPL = APL$

$$-3L^2 + 60L + 10 = -L^2 + 30L + 10$$

$$-2L^2 + 30L = 0 \Rightarrow L(-2L + 30) = 0 \Rightarrow L = 15$$

Etapa II → III: $MPL = 0$

$$-3L^2 + 60L + 10 = 0 \Rightarrow L \approx 20.16$$

Etapa	Intervalo em L
I	$[0, 15[$
II (Zona Econ.)	$[15, 20.16]$
III	$]20.16, +\infty[$

Etapas da Contratação de Fatores

Revisão: Etapas do Processo Produtivo

Objetivo: Identificar as três etapas do processo produtivo, compreender a Zona Económica de Exploração, e derivar a Lei da Contratação como condição ótima do produtor.

Recapitulação: APL e MPL

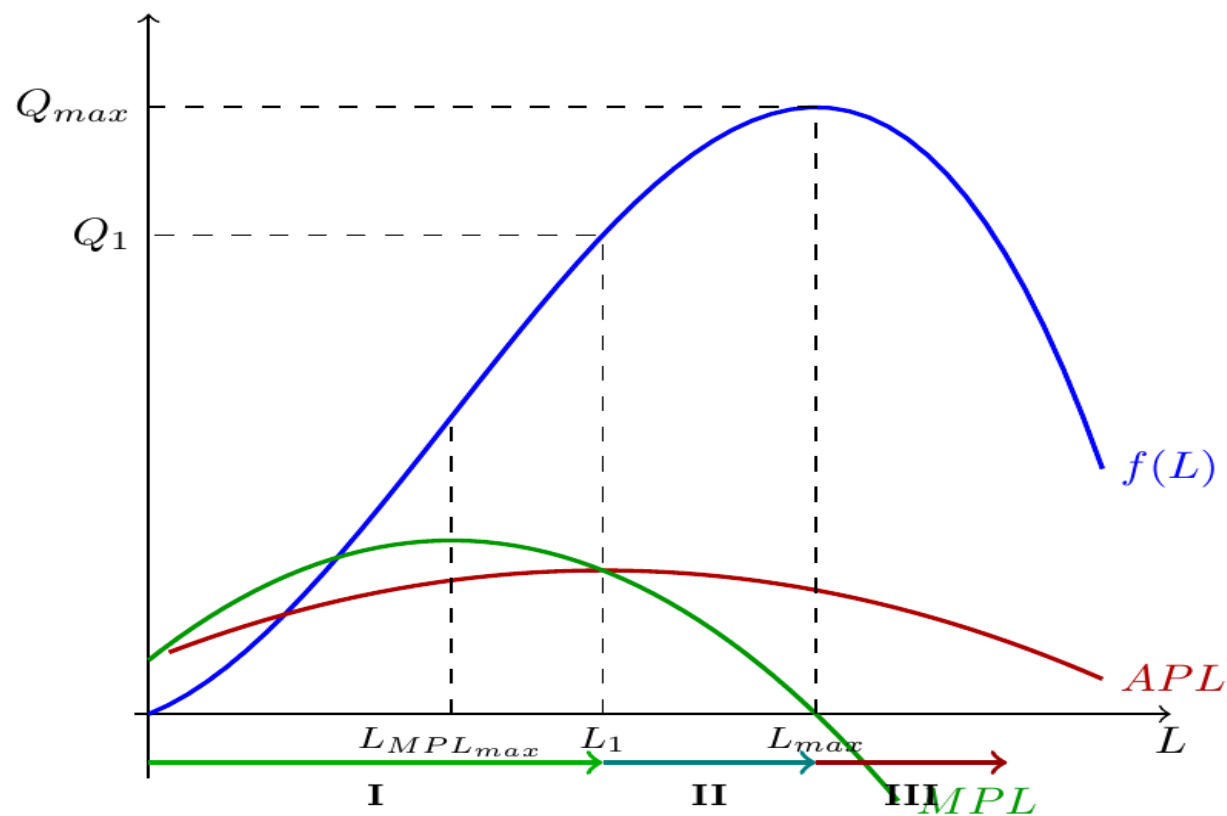
A curto prazo, com $K = \bar{K}$ fixo e L variável:

$$MPL = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \quad APL = \frac{Q}{L}$$

Relação fundamental entre as duas medidas:

- Quando $MPL > APL \rightarrow APL$ está a **crescer**
- Quando $MPL = APL \rightarrow APL$ está no seu **máximo** (ótimo técnico)
- Quando $MPL < APL \rightarrow APL$ está a **decrecer**

As 3 Etapas — Diagrama Geral



Etapa I — Rendimentos Marginais Crescentes

Intervalo: $L \in [0, L_1[$ onde L_1 é o ponto em que $MPL = APL$

- MPL está a crescer (até ao ponto de inflexão) e depois decresce, mas mantém-se acima de APL
- APL está **sempre a crescer**
- A empresa ainda não está a aproveitar ao máximo a combinação de fatores

A empresa **não se deve fixar** na Etapa I — está a produzir abaixo do ótimo técnico, onde a produtividade média ainda pode aumentar.

Etapa II — Zona Económica de Exploração

Intervalo: $L \in [L_1, L_{max}]$ onde $MPL = APL$ até $MPL = 0$

- APL está a **decrecer** (mas $APL > 0$)
- $MPL \geq 0$: cada trabalhador adicional ainda contribui positivamente para o output
- É aqui que se situam **todas as escolhas ótimas de produção**

A **Zona Económica de Exploração** coincide com a Etapa II: entre o ótimo técnico (Q_1 , máximo de APL) e o máximo de produção (Q_{max} , $MPL = 0$).

Etapa III — Rendimentos Marginais Negativos

Intervalo: $L > L_{max}$ onde $MPL = 0$

- $MPL < 0$: cada trabalhador adicional **reduz** o output total
- O produto total está a **diminuir**

Nenhuma empresa racional opera na Etapa III — estaria a pagar trabalhadores para **reduzir** a sua produção.

Resumo das 3 Etapas

Etapa	Intervalo (L)	MPL	APL	Output
I	$[0, L_1[$	$> APL$	crescente	crescente
II (ZEE)	$[L_1, L_{max}]$	$\geq 0,$ $< APL$	decrescente	crescente
III	$]L_{max}, +\infty[$	< 0	decrescente	decrescente

ZEE = Zona Económica de Exploração → Etapa II: onde o produtor racional opera.

Exemplo Numérico — Tabela Completa

L	$Q = F(K, L)$	APL	MPL	Etapa
0	0	—	—	
1	4	4.00	4	I
2	14	7.00	10	I
3	27	9.00	13	I
4	43	10.75	16	I (máx MPL)
5	58	11.60	15	I
6	72	12.00	14	II (ótimo técnico: APL máx)
7	81	11.57	9	II
8	86	10.75	5	II
9	86	9.56	0	II → III (Q_{max})
10	78	7.80	−8	III

Nota: a tabela usa valores arredondados para ilustração; os pontos de fronteira exatos são calculados analiticamente.

Objetivo da Empresa: Maximizar o Lucro

A empresa quer maximizar:

$$\Pi = \underbrace{P \times Q}_{\text{Receita Total}} - \underbrace{W \times L}_{\text{Custo Variável}} - \underbrace{r \times \bar{K}}_{\text{Custo Fixo}}$$

A curto prazo, K é fixo. A variável de controlo é L . Maximizar Π em ordem a L :

$$\frac{\partial \Pi}{\partial L} = 0$$

Derivação da Condição Ótima

$$\frac{\partial \Pi}{\partial L} = P \cdot \frac{\partial Q}{\partial L} - W = 0$$

Ou seja:

$$P \cdot MPL = W$$

Lei da Contratação: A empresa deve contratar trabalho até ao ponto em que o **valor do produto marginal do trabalho** ($P \times MPL$) iguala o **salário** (W).

Lei da Contratação — Intuição

$$\underbrace{P \times MPL}_{\text{Benefício Marginal de contratar } L} = \underbrace{W}_{\text{Custo Marginal de contratar } L}$$

- Se $P \cdot MPL > W$: vale a pena contratar **mais** um trabalhador (receita adicional supera o custo)
- Se $P \cdot MPL < W$: o último trabalhador **custa mais** do que produz — deve-se reduzir L
- Se $P \cdot MPL = W$: condição ótima ✓

É a aplicação direta do princípio **Cmg = Bmg** ao mercado de fatores!

Exemplo Resolvido · Contratação de Fatores

Dados: $Q = K^{0.5} L^{0.5}$, $\bar{K} = 100$, $P = 10$, $W = 20$

A curto prazo: $Q = 10L^{0.5}$

$$MPL = \frac{dQ}{dL} = 5L^{-0.5}$$

Condição ótima: $P \cdot MPL = W$

$$10 \times 5L^{-0.5} = 20$$

$$50L^{-0.5} = 20 \implies L^{0.5} = \frac{50}{20} = 2.5 \implies L^* = 6.25$$

Output ótimo: $Q^* = 10 \times \sqrt{6.25} = 10 \times 2.5 = 25$

A Relação Produtividade–Salário

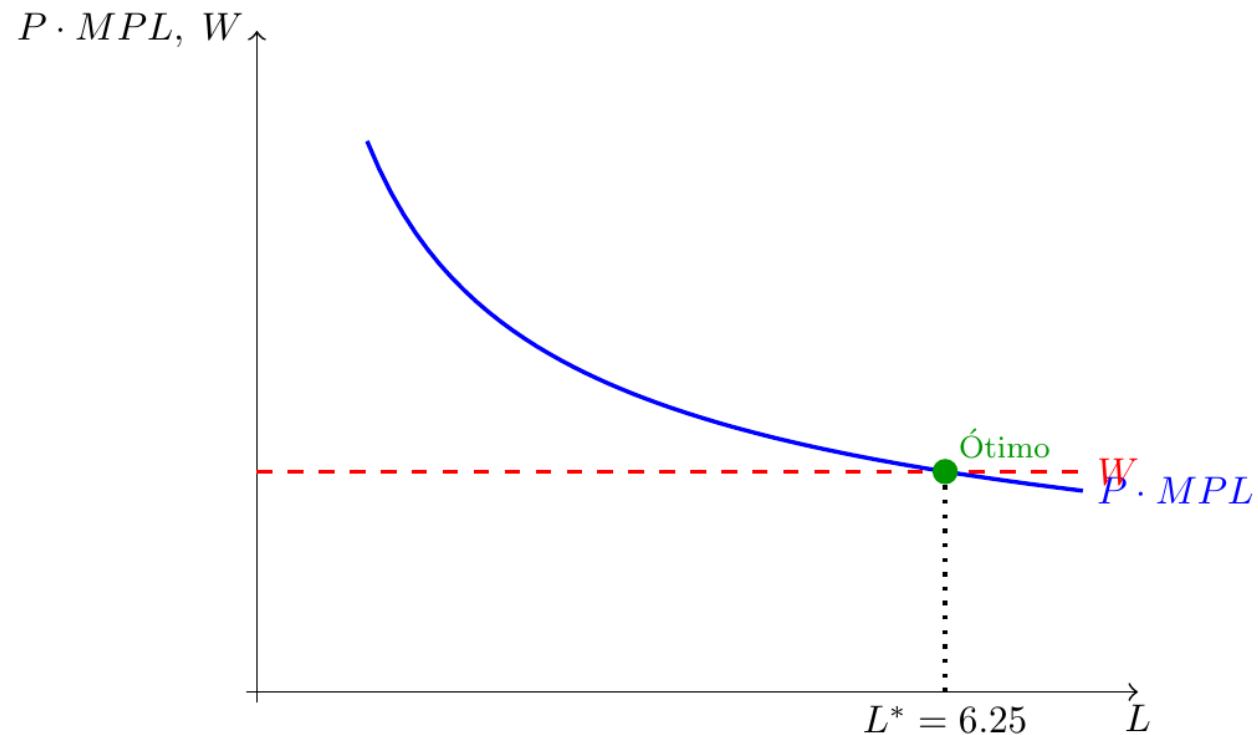
Da condição ótima $P \cdot MPL = W$, podemos escrever:

$$MPL = \frac{W}{P}$$

Esta expressão diz-nos que o **produto marginal do trabalho** na escolha ótima é igual ao **salário real** W/P .

Trabalhadores mais produtivos (maior MPL) justificam salários mais elevados — ou, a preços mais altos, justifica-se contratar mais trabalho. A Lei da Contratação liga diretamente **produtividade e remuneração**.

Verificação Gráfica



A curva $P \cdot MPL$ é decrescente (por causa dos rendimentos marginais decrescentes). A empresa contrata L^* onde essa curva cruza o salário W .

Exercícios — Escolha Múltipla (1) · Contratação de Fatores

1. Uma empresa tem $Q = 4L^{0.5}$, $P = 5$ e $W = 10$. Qual a quantidade ótima de trabalho a contratar?

- a. $L^* = 1$
- b. $L^* = 4$
- c. $L^* = 9$
- d. $L^* = 16$

Solução: A $MPL = 2L^{-0.5}$. Lei da contratação:

$$P \cdot MPL = W \Rightarrow 5 \times 2L^{-0.5} = 10 \Rightarrow L^{-0.5} = 1 \Rightarrow L^* = 1.$$

Exercícios — Escolha Múltipla (2) · Contratação de Fatores

2. A empresa está a operar com $P \cdot MPL > W$. O que deve fazer para maximizar o lucro?

- a. Reduzir o output — está a produzir demasiado.
- b. Manter a produção — já está no ótimo.
- c. Contratar mais trabalho — o benefício marginal supera o custo marginal.
- d. Aumentar o preço de venda.

Solução: C Se $P \cdot MPL > W$, cada trabalhador adicional gera mais receita do que custa. A empresa deve contratar mais até $P \cdot MPL = W$.

Exercício de Desenvolvimento · Contratação de Fatores

Enunciado: A empresa ALFA tem a função de produção $Q = -KL^3 + 12L^2 + 60LK^3$, com $K = 1$ fixo. O preço de venda é $P = 2$ u.m. e o salário unitário é $W = 168$ u.m.

- a. Calcule MPL e APL . Delimite as três etapas do processo produtivo.
- b. Aplique a Lei da Contratação para encontrar L^* e Q^* .
- c. Verifique que L^* se encontra na Zona Económica de Exploração.

Solução — Desenvolvimento (a) · Contratação de Fatores

$$MPL = -3L^2 + 24L + 60$$

$$APL = -L^2 + 12L + 60$$

Etapas I → II ($MPL = APL$):

$$-3L^2 + 24L + 60 = -L^2 + 12L + 60 \implies -2L^2 + 12L = 0 \implies L_1 = 6$$

Etapas II → III ($MPL = 0$):

$$-3L^2 + 24L + 60 = 0 \implies (L - 10)(L + 2) = 0 \implies L_{max} = 10$$

Etapas	Intervalo
I	$[0, 6[$
II (ZEE)	$[6, 10]$
III	$]10, +\infty[$

Solução — Desenvolvimento (b) e (c) · Contratação de Fatores

Lei da Contratação: $P \cdot MPL = W$

$$2 \times (-3L^2 + 24L + 60) = 168$$

$$-3L^2 + 24L + 60 = 84$$

$$-3L^2 + 24L - 24 = 0 \implies L^2 - 8L + 8 = 0$$

$$L = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 32}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{32}}{2} = 4 \pm 2\sqrt{2}$$

$$L_1 = 4 - 2\sqrt{2} \approx 1.17 \text{ (Etapa I — não é ótimo)}$$

$$L_2 = 4 + 2\sqrt{2} \approx 6.83 \text{ (Etapa II ✓)}$$

$$L^* \approx 6.83; Q^* = -(6.83)^3 + 12(6.83)^2 + 60(6.83) \approx 650.8 \text{ u.}$$

$$L^* \approx 6.83 \in [6, 10] \rightarrow \text{está na ZEE ✓}$$

A Função de Custos

Função de Custos

Objetivo: Derivar e interpretar as componentes da função de custos a curto prazo — fixo, variável, médio e marginal — e compreender as suas relações geométricas e analíticas.

Do Processo Produtivo aos Custos

O objetivo da empresa é maximizar o lucro:

$$\Pi = \text{Receitas Totais} - \text{Custos Totais}$$

Para isso, é necessário conhecer a função de custos: como variam os custos com o nível de produção Q .

A curto prazo, com K fixo e L variável, os custos dividem-se em duas componentes muito distintas.

Custo Fixo e Custo Variável

$$CT = C(Q) = CF + CV(Q)$$

- **Custo Fixo (CF):** não depende da quantidade produzida — é o custo dos fatores fixos (K). Existe mesmo que $Q = 0$.
- **Custo Variável (CV):** depende da quantidade produzida — é o custo do trabalho contratado ($W \times L$). Aumenta com Q .

$CV(0) = 0$ — se não se produz nada, não se contrata trabalho. Mas $CF > 0$ mesmo com $Q = 0$.

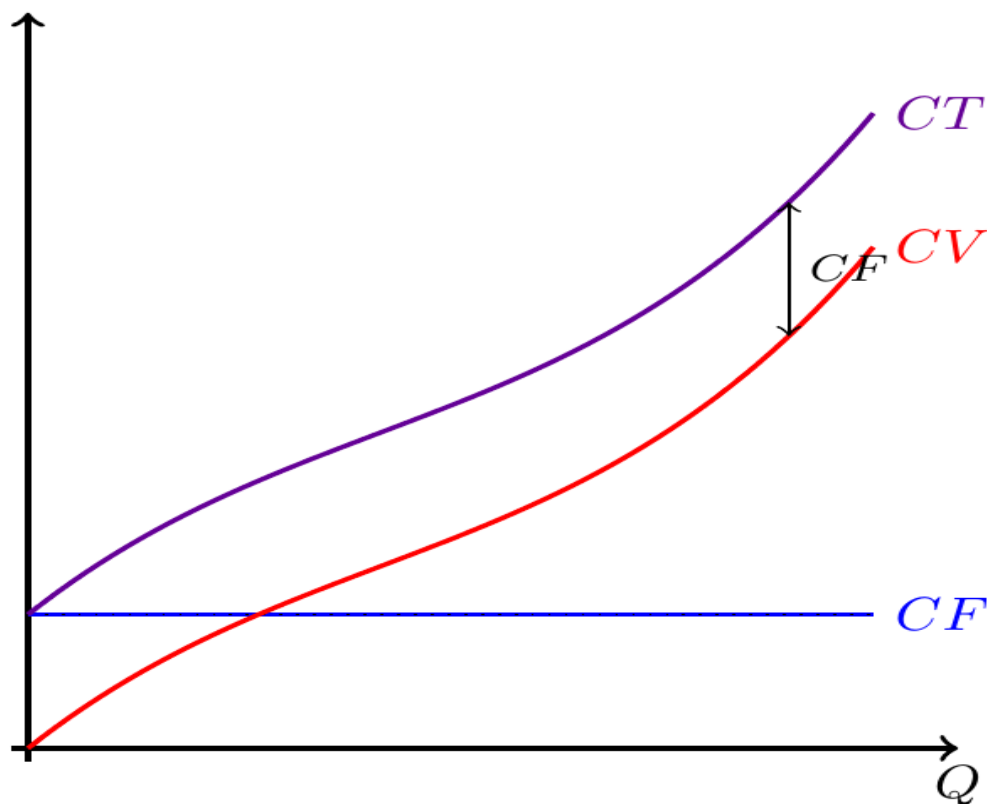
Exemplo: Da Função de Produção à Função de Custos

Dados: custo de K instalado = 60; salário por unidade de $L = 250$

L	Q	CF	CV	CT
0	0	60	0	60
1	20	60	250	310
2	50	60	500	560
3	85	60	750	810
4	114	60	1,000	1,060
5	140	60	1,250	1,310
6	159	60	1,500	1,560
7	169	60	1,750	1,810
8	164	60	2,000	2,060

Note que a curva de CT é paralela à de CV — distam sempre $CF = 60$.

Gráfico: CT, CV e CF



Custo Marginal

É a variação do custo total quando se produz **uma unidade adicional** de output:

$$C_{mg} = \frac{\Delta CT}{\Delta Q} = \frac{dCT}{dQ}$$

Como CF é constante, $\Delta CF = 0$, portanto:

$$C_{mg} = \frac{\Delta CV}{\Delta Q} = \frac{dCV}{dQ}$$

O custo marginal é **independente do custo fixo** — pode calcular-se a partir de CT ou de CV com o mesmo resultado.

Custo Marginal e MPL

Existe uma relação inversa entre Cmg e MPL . Se o salário por unidade de L é W :

$$Cmg = \frac{W}{MPL}$$

- Na Etapa I (MPL crescente) → Cmg é **decrecente**
- No ótimo técnico (APL máximo) → $Cmg = CVM$ (mínimo de CVM)
- Na Etapa II (MPL decrescente, $MPL > 0$) → Cmg é **crescente**

A Lei dos Rendimentos Marginais Decrescentes implica que o Cmg é crescente na Zona Económica de Exploração — **fundamento da Lei da Oferta**.

Custos Médios

Dividem o custo por unidade produzida:

- **Custo Fixo Médio:** $CFM = \frac{CF}{Q}$ — sempre decrescente (o custo fixo dilui-se por mais unidades)
- **Custo Variável Médio:** $CVM = \frac{CV}{Q}$ — forma em U ; mínimo onde $Cmg = CVM$
- **Custo Total Médio:** $CTM = \frac{CT}{Q} = CFM + CVM$ — forma em U ; mínimo onde $Cmg = CTM$

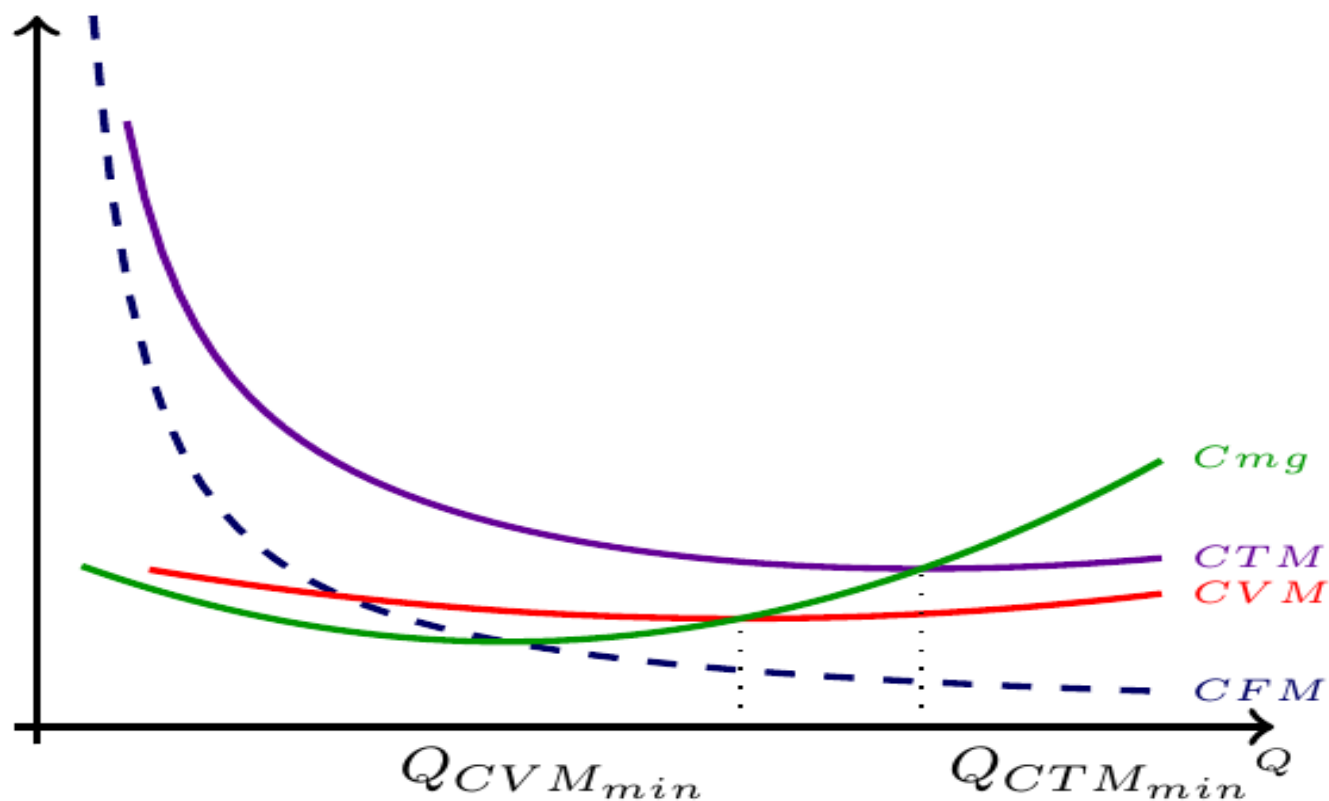
$$CTM = CFM + CVM \implies CTM > CVM \text{ sempre}$$

Tabela com Todos os Custos

L	Q	CT	C_{mg}	CVM	CTM	Etapa
0	0	60	—	—	—	
1	20	310	12.50	12.50	15.50	I
2	50	560	8.33	10.00	11.20	I
3	85	810	7.14	8.82	9.53	I
4	114	1,060	8.62	8.77	9.30	I
5	140	1,310	9.62	8.93	9.36	II
6	159	1,560	13.16	9.43	9.81	II
7	169	1,810	25.00	10.36	10.71	II

- C_{mg} decrescente (Etapa I)
- CVM próximo do mínimo (onde $C_{mg} \approx CVM$)
- CTM está sempre acima de CVM (diferença = CFM)

Geometria dos Custos Médios e Marginal



Propriedades Fundamentais

1. C_{mg} interseeta CVM no **mínimo de CVM**

- Se $C_{mg} < CVM$: o custo da última unidade é inferior à média $\rightarrow CVM$ desce
- Se $C_{mg} > CVM$: o custo da última unidade é superior à média $\rightarrow CVM$ sobe
- Se $C_{mg} = CVM$: estamos no mínimo de CVM

2. C_{mg} interseeta CTM no **mínimo de CTM** (pelo mesmo raciocínio)

3. $CTM > CVM$ sempre (a diferença é o $CFM > 0$)

4. CFM é sempre decrescente e tende para 0 $\rightarrow CTM$ converge para CVM quando $Q \rightarrow \infty$

Exemplo Analítico Completo

Dada $CT = Q^3 - 6Q^2 + 15Q + 10$:

$$CF = 10 \quad (\text{termo constante})$$

$$CV = Q^3 - 6Q^2 + 15Q$$

$$Cmg = \frac{dCT}{dQ} = 3Q^2 - 12Q + 15$$

$$CVM = \frac{CV}{Q} = Q^2 - 6Q + 15$$

$$CTM = \frac{CT}{Q} = Q^2 - 6Q + 15 + \frac{10}{Q}$$

Mínimo de CVM e CTM

Para $CT = Q^3 - 6Q^2 + 15Q + 10$:

Mínimo de CVM: onde $Cmg = CVM$:

$$3Q^2 - 12Q + 15 = Q^2 - 6Q + 15$$

$$2Q^2 - 6Q = 0 \implies Q(2Q - 6) = 0 \implies Q_{CVM_{min}} = 3$$

Mínimo de CTM: onde $Cmg = CTM$, ou $\frac{dCTM}{dQ} = 0$:

$$\frac{dCTM}{dQ} = 2Q - 6 - \frac{10}{Q^2} = 0$$

Numericamente: $Q_{CTM_{min}} \approx 3.43$; $CTM_{min} \approx 9.10$

Exercícios — Escolha Múltipla (1) · Função de Custos

1. Para a função $CT = 2Q^2 + 8Q + 50$, qual é o Custo Marginal?

a. $Cmg = 2Q^2 + 8Q$

b. $Cmg = 4Q + 8$

c. $Cmg = 2Q + 8$

d. $Cmg = 4Q$

Solução: B $Cmg = \frac{dCT}{dQ} = 4Q + 8.$

Exercícios — Escolha Múltipla (2) · Função de Custos

2. Para qual das seguintes afirmações sobre custos a curto prazo a afirmação é **falsa**?

- a. O CFM é sempre decrescente com Q .
- b. O C_{mg} interseja o CVM no mínimo do CVM .
- c. O CTM interseja o CVM no mínimo do CVM .
- d. O C_{mg} é independente do custo fixo.

Solução: C A afirmação **c)** é falsa. Quem interseja CVM no mínimo é o C_{mg} , não o CTM . O CTM é sempre maior que o CVM e interseja o C_{mg} no **seu próprio mínimo**.

Exercício de Desenvolvimento · Função de Custos

Enunciado: Uma empresa tem a função de custos totais $CT = Q^3 - 9Q^2 + 30Q + 18$.

- Identifique CF , $CV(Q)$, $CVM(Q)$, $CTM(Q)$ e $Cmg(Q)$.
- Determine a produção no mínimo de CVM e o respectivo valor mínimo. Confirme que $Cmg = CVM$ nesse ponto.
- Determine a produção no mínimo de CTM . Confirme que $Cmg = CTM$ nesse ponto.

Solução — Desenvolvimento (a) · Função de Custos

$$CT = Q^3 - 9Q^2 + 30Q + 18$$

$$CF = 18 \quad CV = Q^3 - 9Q^2 + 30Q$$

$$Cmg = 3Q^2 - 18Q + 30$$

$$CVM = \frac{CV}{Q} = Q^2 - 9Q + 30$$

$$CTM = \frac{CT}{Q} = Q^2 - 9Q + 30 + \frac{18}{Q}$$

Solução — Desenvolvimento (b) e (c) · Função de Custos

Mínimo de CVM ($Cmg = CVM$):

$$3Q^2 - 18Q + 30 = Q^2 - 9Q + 30$$

$$2Q^2 - 9Q = 0 \implies Q(2Q - 9) = 0 \implies Q_{CVM_{min}} = 4.5$$

$$CVM(4.5) = 20.25 - 40.5 + 30 = 9.75$$

$$Cmg(4.5) = 3(20.25) - 18(4.5) + 30 = 60.75 - 81 + 30 = 9.75$$

Mínimo de CTM ($Cmg = CTM$, ou $\frac{dCTM}{dQ} = 0$):

$$\frac{dCTM}{dQ} = 2Q - 9 - \frac{18}{Q^2} = 0 \implies 2Q^3 - 9Q^2 - 18 = 0$$

$$\text{Numericamente: } Q_{CTM_{min}} \approx 4.88; CTM(4.88) \approx Cmg(4.88) \approx 13.58$$

Geometria dos Custos

Geometria dos Custos

Objetivo: Compreender as relações geométricas entre as curvas de custo — como os declives e os raios de origem das curvas de CT e CV se relacionam com C_{mg} , CVM e CTM — e sistematizar as correspondências entre produção e custos.

Ponte entre Produção e Custos

Já estabelecemos duas relações fundamentais:

$$Cmg = \frac{w}{MPL} \quad CVM = \frac{w}{APL}$$

Isto implica uma **simetria total** entre as curvas de produto e as curvas de custo:

Produção		Custo
MPL crescente	$\Rightarrow$	Cmg decrescente
MPL máximo	$\Rightarrow$	Cmg mínimo
MPL decrescente	$\Rightarrow$	Cmg crescente
APL máximo (ótimo técnico)	$\Rightarrow$	CVM mínimo

Derivação das Relações

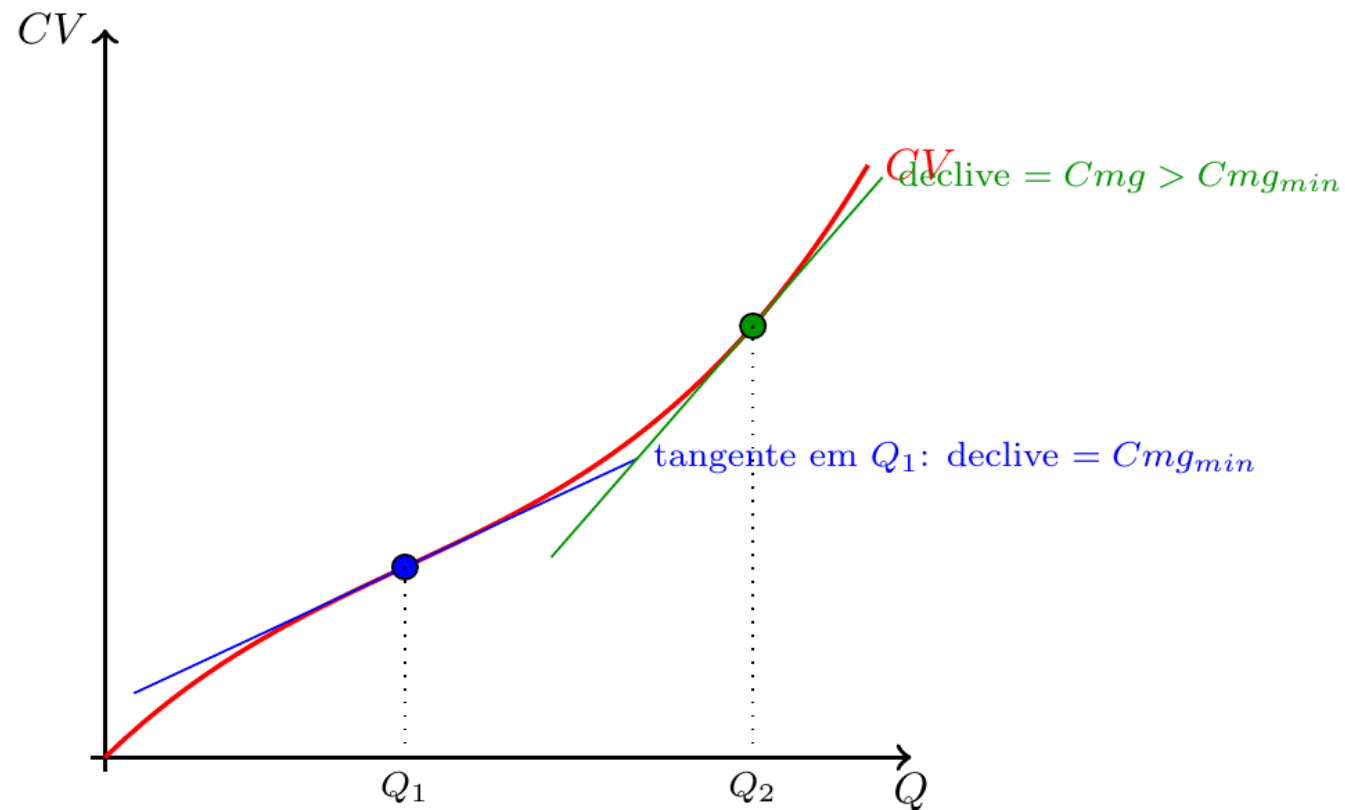
$$Cmg = \frac{\Delta CT}{\Delta Q} = \frac{\Delta CV}{\Delta Q} = \frac{\Delta CV}{\Delta L} \cdot \frac{\Delta L}{\Delta Q} = \frac{w}{MPL}$$

$$CVM = \frac{CV}{Q} = \frac{wL}{Q} = \frac{w}{(Q/L)} = \frac{w}{APL}$$

A geometria das curvas de custo é um **espelho invertido** da geometria das curvas de produto: onde o produto tem máximo, o custo tem mínimo — e vice-versa.

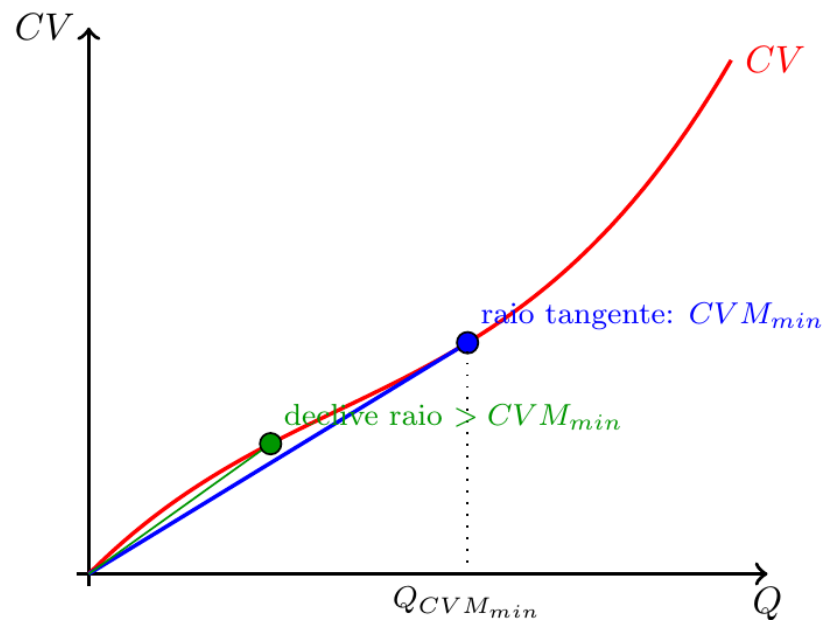
Cmg é o Declive da Tangente a CV

Cmg num dado ponto é o **declive da reta tangente** à curva CV nesse ponto:



CVM é o Declive do Raio de Origem a CV

$CVM(Q) = CV(Q)/Q$ é o **declive do segmento** que une a origem ao ponto (Q, CV) :



O mínimo de CVM ocorre onde o **raio de origem é tangente** à curva CV . Nesse ponto, raio e tangente coincidem $\Rightarrow Cmg = CVM$.

CTM é o Declive do Raio de Origem a CT

Analogamente, $CTM(Q) = CT(Q)/Q$ é o **declive do raio de origem** à curva CT :

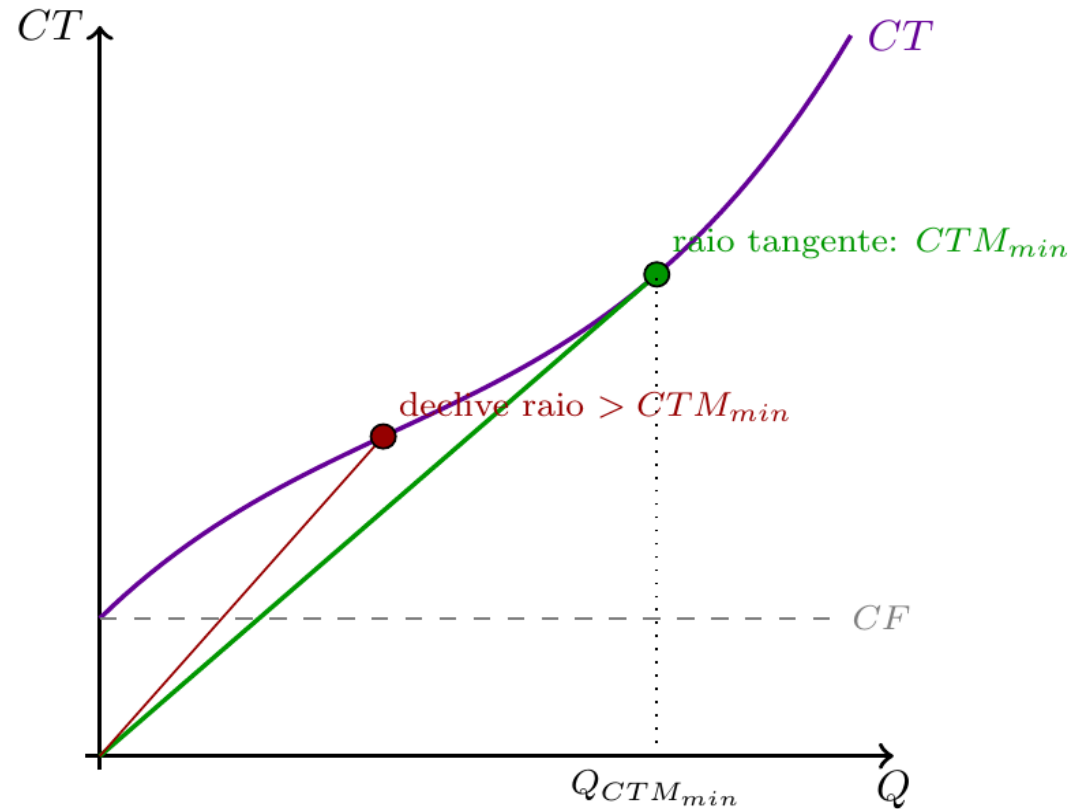
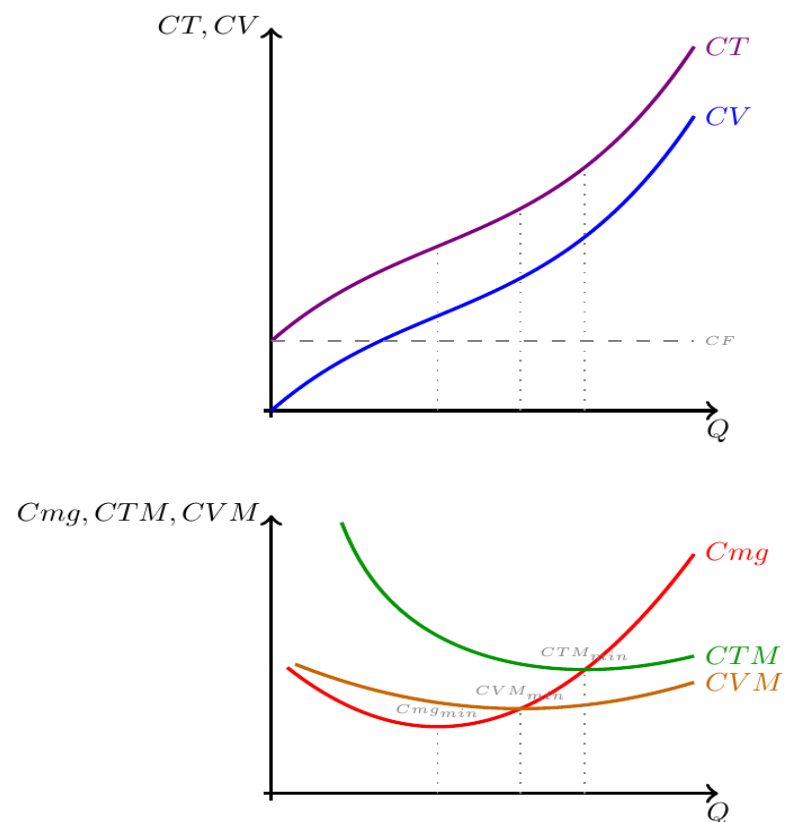


Diagrama Duplo: CT/CV acima, Custos Médios abaixo



4 Correspondências Fundamentais

1. MPL máximo $\Leftrightarrow C_{mg}$ mínimo — ponto de inflexão em ambas as curvas
2. APL máximo (ótimo técnico) $\Leftrightarrow CVM$ mínimo
3. C_{mg} intersesta CVM no **mínimo de CVM** ($C_{mg} = CVM$)
4. C_{mg} intersesta CTM no **mínimo de CTM** ($C_{mg} = CTM$), e $Q_{CTM_{min}} > Q_{CVM_{min}}$ sempre

Porquê C_{mg} interseta CVM no mínimo?

Raciocínio pela média:

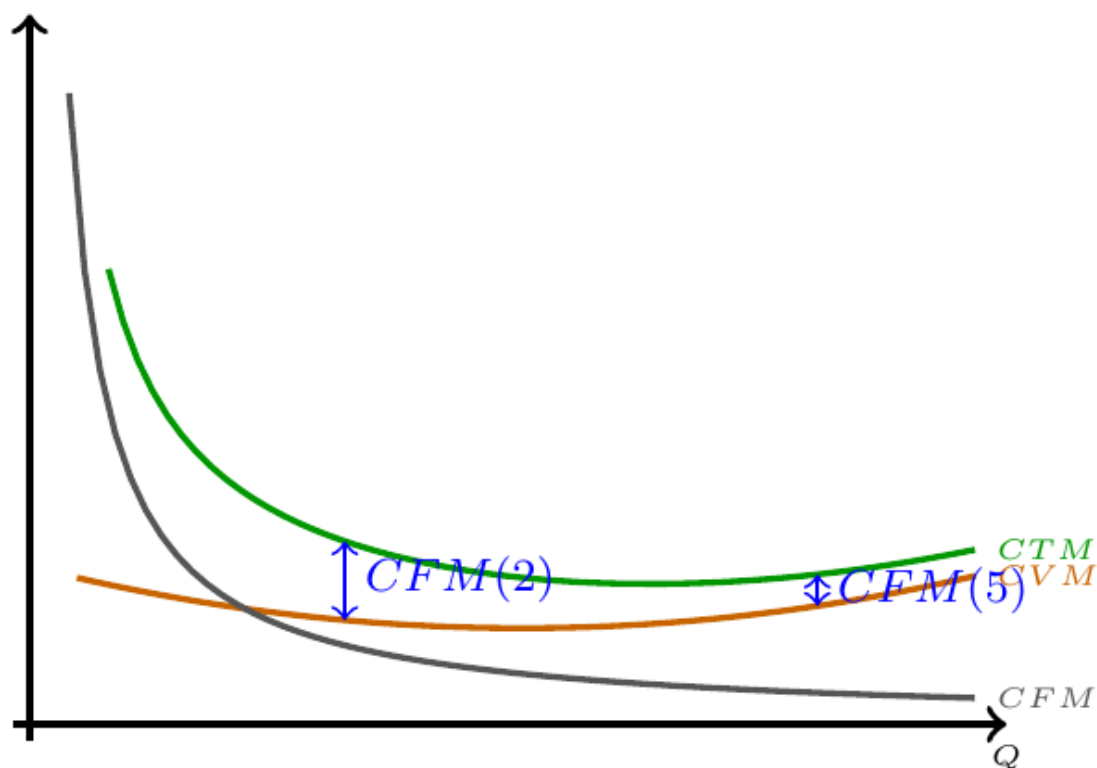
- $C_{mg} < CVM$: a última unidade custa **menos** que a média $\Rightarrow$ média **desce**
- $C_{mg} > CVM$: a última unidade custa **mais** que a média $\Rightarrow$ média **sobe**
- $C_{mg} = CVM$: a média está no seu **ponto de viragem** $\Rightarrow$ mínimo

Analogia: numa série de notas de teste, se a nota seguinte for abaixo da média atual, a média desce; se for acima, sobe. A nota que iguala a média é indiferente — é o ponto de mínimo (ou máximo) da média.

CFM, CVM e CTM quando $Q \rightarrow \infty$

$$CTM = CFM + CVM = \frac{CF}{Q} + CVM$$

Quando $Q \rightarrow +\infty$: $CFM \rightarrow 0$ e portanto $CTM \rightarrow CVM$.



Exercícios — Escolha Múltipla (1) · Geometria dos Custos

1. Para a função $CT = Q^3 - 12Q^2 + 60Q + 20$, o mínimo do Custo Marginal ocorre em:

- a. $Q = 3$
- b. $Q = 4$
- c. $Q = 6$
- d. $Q = 12$

Solução: $Cmg = 3Q^2 - 24Q + 60$.

Mínimo: $dCmg/dQ = 6Q - 24 = 0 \Rightarrow Q = 4$.

$Cmg(4) = 48 - 96 + 60 = 12$.

Condição de 2.^a ordem: $d^2Cmg/dQ^2 = 6 > 0 \rightarrow$ mínimo ✓

Exercícios — Escolha Múltipla (2) · Geometria dos Custos

2. Qual das seguintes afirmações é **verdadeira**?

- a. O CTM intersesta o CVM no mínimo do CVM .
- b. O mínimo de CTM ocorre sempre para Q menor do que o mínimo de CVM .
- c. O CFM é sempre decrescente e tende para zero quando Q aumenta.
- d. O Cmg é sempre crescente.

Solução:

- a) Falsa — é o Cmg que intersesta CVM no seu mínimo.
- b) Falsa — o mínimo de CTM ocorre para Q **maior** que o de CVM .
- **c) Verdadeira** — $CFM = CF/Q$ é decrescente em Q ; $\lim_{Q \rightarrow \infty} CFM = 0$.
- d) Falsa — Cmg decresce na Etapa I e cresce na Etapa II.

Exercício de Desenvolvimento · Geometria dos Custos

Enunciado: Seja $CT = \frac{1}{3}Q^3 - 5Q^2 + 30Q + 48$.

- a. Identifique CF , CV , C_{mg} , CVM e CTM .
- b. Encontre o mínimo de C_{mg} e o mínimo de CVM . Confirme que $C_{mg} = CVM$ no mínimo de CVM .
- c. Verifique que o mínimo de CTM ocorre para um valor de Q superior ao mínimo de CVM .

Solução — Desenvolvimento (a) · Geometria dos Custos

$$CF = 48, \quad CV = \frac{1}{3}Q^3 - 5Q^2 + 30Q$$

$$Cmg = Q^2 - 10Q + 30, \quad CVM = \frac{1}{3}Q^2 - 5Q + 30$$

$$CTM = \frac{1}{3}Q^2 - 5Q + 30 + \frac{48}{Q}$$

Solução — Desenvolvimento (b) · Geometria dos Custos

Mínimo de Cmg : $dCmg/dQ = 2Q - 10 = 0 \Rightarrow Q = 5$; $Cmg(5) = 25 - 50 + 30 = 5$

Mínimo de CVM — igualar $Cmg = CVM$:

$$Q^2 - 10Q + 30 = \frac{1}{3}Q^2 - 5Q + 30 \Rightarrow \frac{2}{3}Q^2 - 5Q = 0 \Rightarrow Q\left(\frac{2}{3}Q - 5\right) = 0 \Rightarrow Q_{CVM_{min}} = 7.5$$

$$CVM(7.5) = \frac{1}{3}(56.25) - 37.5 + 30 = 18.75 - 37.5 + 30 = 11.25$$

$$Cmg(7.5) = 56.25 - 75 + 30 = 11.25 \checkmark$$

Solução — Desenvolvimento (c)

Mínimo de CTM : $dCTM/dQ = 0$:

$$\frac{2}{3}Q - 5 - \frac{48}{Q^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{2}{3}Q^3 - 5Q^2 - 48 = 0$$

Por tentativas:

$$Q = 8: \frac{2}{3}(512) - 5(64) - 48 = 341.3 - 320 - 48 = -26.7 < 0$$

$$Q = 8.5: \frac{2}{3}(614.1) - 5(72.25) - 48 = 409.4 - 361.3 - 48 \approx 0.1 \approx 0 \checkmark$$

$$\Rightarrow Q_{CTM_{min}} \approx 8.5$$

$$CTM(8.5) = \frac{1}{3}(72.25) - 42.5 + 30 + \frac{48}{8.5} \approx 24.08 - 42.5 + 30 + 5.65 \approx 17.23$$

$$Cmg(8.5) = 72.25 - 85 + 30 = 17.25 \checkmark$$

$$\text{Conclusão: } Q_{CTM_{min}} \approx 8.5 > Q_{CVM_{min}} = 7.5 \checkmark$$

Otimização Concorrencial

Otimização do Produtor: Mercado Concorrencial

Objetivo: Derivar a condição ótima de produção em concorrência perfeita ($P = Cmg$), identificar os limiares de rendibilidade e encerramento, e construir a curva de oferta individual.

Estruturas de Mercado

Nesta secção estudamos a **Concorrência Perfeita** — a estrutura de mercado de referência.

Hipóteses da Concorrência Perfeita

- **Mercado atomizado:** cada empresa representa uma fração ínfima do mercado — individualmente, ninguém influencia o preço
- **Produto homogéneo:** os compradores são indiferentes entre fornecedores
- ***Price takers*:** cada empresa toma o preço de mercado P como dado (exógeno)
- **Livre entrada e saída** do mercado
- **Informação perfeita**

A hipótese-chave é que a empresa não tem poder de mercado: para ela, P é uma constante.

Maximização do Lucro

$$\max_{Q_i} \Pi_i = RT - CT = P \cdot Q_i - CT(Q_i)$$

Condição de Primeira Ordem (CPO):

$$\frac{d\Pi_i}{dQ_i} = P - \frac{dCT}{dQ_i} = 0 \Rightarrow \boxed{P = Cmg}$$

Condição de Segunda Ordem (CSO):

$$\frac{d^2\Pi_i}{dQ_i^2} = -\frac{dCmg}{dQ_i} < 0 \Rightarrow Cmg \text{ crescente}$$

A empresa produz onde $P = Cmg$ **na zona crescente** de Cmg — que coincide com a Zona Económica de Exploração.

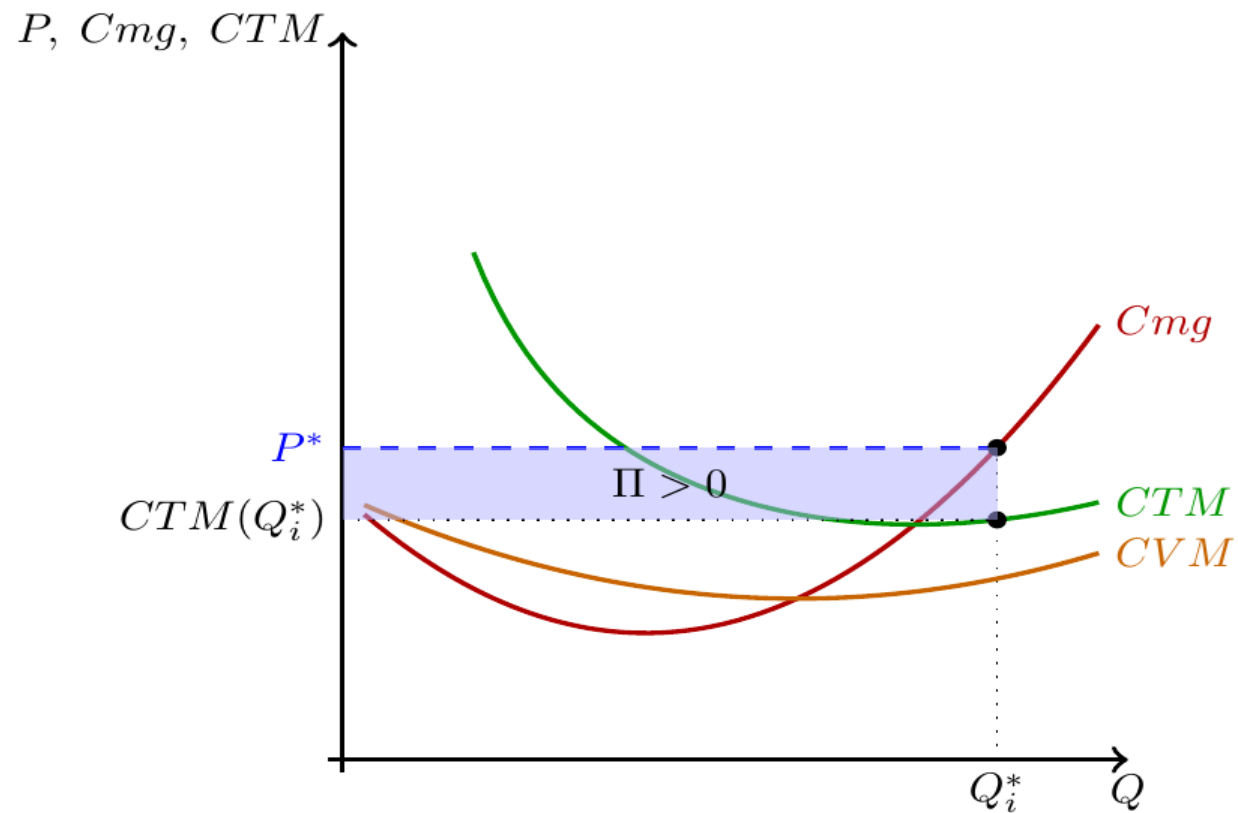
Intuição: $P = Cmg$ como $Cmg = Bmg$

$$P = Cmg$$

- P é o benefício marginal de produzir uma unidade adicional (receita por unidade vendida)
- Cmg é o custo marginal de produzir essa unidade
- Se $P > Cmg$: produzir mais aumenta o lucro → expandir
- Se $P < Cmg$: produzir mais reduz o lucro → contrair
- Se $P = Cmg$: lucro é máximo ✓

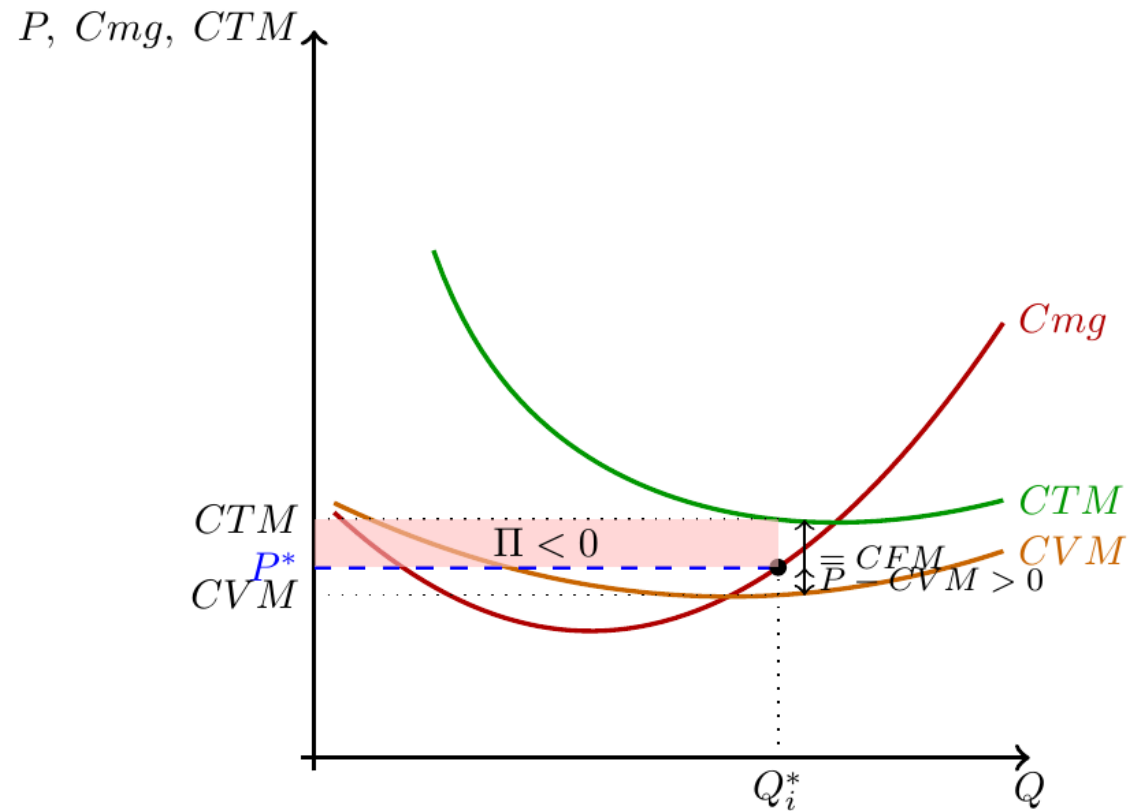
É novamente o princípio fundamental da racionalidade: **benefício marginal = custo marginal.**

Lucro Gráfico: caso $P > CTM$



$$\Pi^* = Q_i^* \cdot (P^* - CTM(Q_i^*)) > 0 \text{ quando } P^* > CTM \checkmark$$

Lucro Gráfico: caso $P < CTM$ mas $P > CVM$



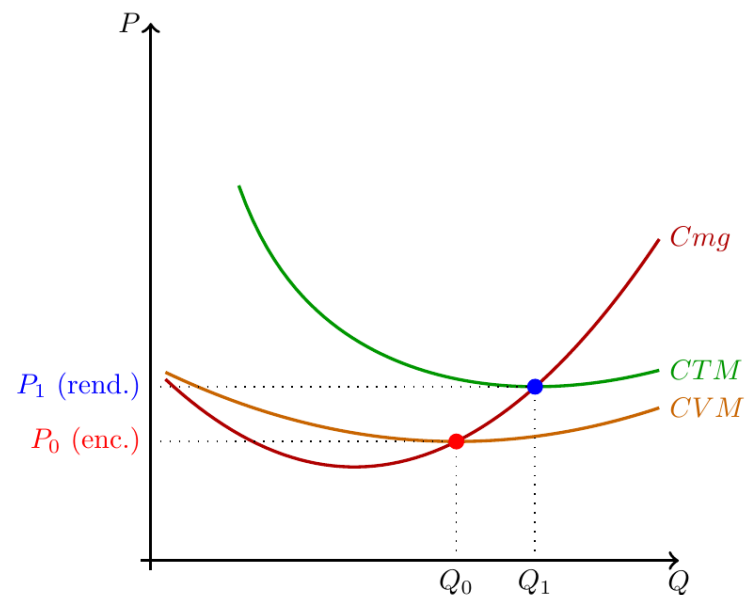
$P > CVM$: a receita cobre os custos variáveis e parte dos fixos → prejuízo $< CF$ → **manter-se em funcionamento**

Lucro e Prejuízo: Sistematização

$$\Pi = Q_i \cdot (P - CTM) = Q_i \cdot (P - CVM - CFM)$$

- $P > CTM$: **lucro positivo** — produzir ao nível $P = Cmg$
- $CVM < P < CTM$: **prejuízo** $< CF$ — vale a pena continuar a produzir (cobrem-se os custos variáveis e parte dos fixos)
- $P = CVM_{min}$: **limiar de encerramento** P_0 — indiferente entre produzir Q_0 e encerrar
- $P < CVM_{min}$: **encerrar** — prejuízo $> CF$; encerrando perde-se apenas CF

Os Dois Limiares



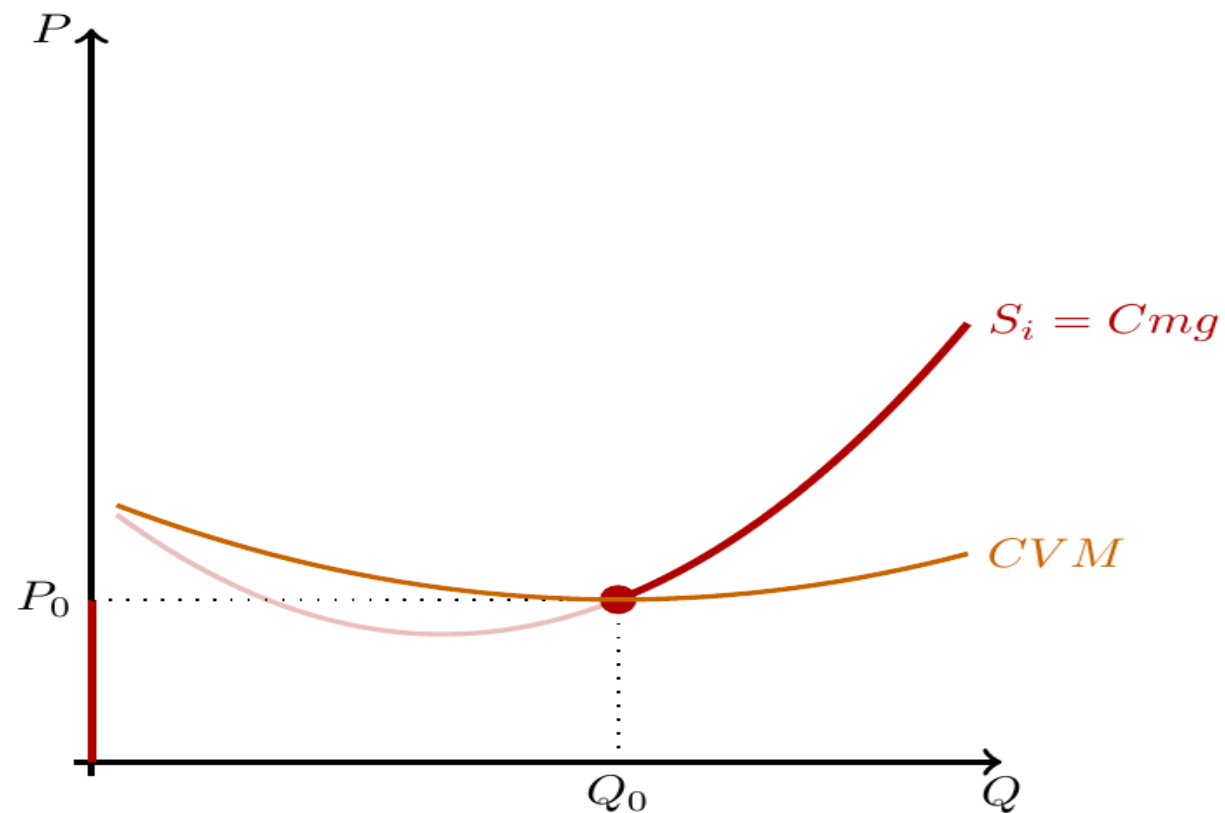
- $P_0 = CVM_{min}$: **limiar de encerramento** — abaixo deste preço, a empresa fecha
- $P_1 = CTM_{min}$: **limiar de rentabilidade** — acima deste preço, a empresa tem lucro > 0

Curva de Oferta Individual · Otimização (1)

A curva de oferta é o conjunto de pares (Q, P) que constituem a escolha ótima para cada preço:

$$S_i : \quad P = Cmg(Q_i) \quad \text{para } P \geq P_0 = CVM_{min}$$

Curva de Oferta Individual · Otimização (2)



Lei da Oferta

A curva de oferta tem **inclinação positiva**: se P sobe, Q_i^* sobe — e vice-versa.

Porquê? Na Zona Económica de Exploração, Cmg é **crescente**. Para um preço mais alto, a igualdade $P = Cmg$ dá-se num nível de Q mais elevado.

Fundamento último: Lei dos Rendimentos Marginais Decrescentes $\Rightarrow$ Cmg crescente $\Rightarrow$ curva de oferta positivamente inclinada.

A variação do **preço de venda** move ao longo da curva de oferta. A variação de **fatores exógenos** (preço dos inputs, tecnologia) desloca a curva inteira.

Determinantes da Oferta · Otimização

O preço de venda P é o único fator que move ao longo da curva. Os restantes fatores **deslocam** a curva:

- **Preços dos fatores** $w, r \uparrow \rightarrow$ custos sobem $\rightarrow$ oferta contrai (curva desloca para cima/esquerda)
- **Tecnologia** A melhora $\rightarrow$ custos descem $\rightarrow$ oferta expande (curva desloca para baixo/direita)
- **Preço de materiais** $p_m \uparrow \rightarrow$ custos sobem $\rightarrow$ oferta contrai
- **Número de empresas** $\uparrow \rightarrow$ oferta de mercado expande

Exemplo Resolvido · Otimização

Dados: $CT = Q^3 - 60Q^2 + 1200Q + 1000$

- Determine C_{mg} , CVM , CTM .
- Calcule os limiares de encerramento e rendibilidade.
- Identifique a curva de oferta.
- Se $P = 330.75$, a empresa produz ou encerra? Tem lucro ou prejuízo?

Exemplo — Resolução (a) e (b)

$$Cmg = 3Q^2 - 120Q + 1200$$

$$CVM = Q^2 - 60Q + 1200 \quad CTM = Q^2 - 60Q + 1200 + \frac{1000}{Q}$$

Limiar de encerramento — mínimo de CVM ($Cmg = CVM$):

$$3Q^2 - 120Q + 1200 = Q^2 - 60Q + 1200$$

$$2Q^2 - 60Q = 0 \Rightarrow Q_0 = 30$$

$$P_0 = CVM(30) = 900 - 1800 + 1200 = \mathbf{300}$$

Limiar de rendibilidade — mínimo de CTM : por tentativas,

$$Q = 30.5: CTM = (30.5)^2 - 60(30.5) + 1200 + \frac{1000}{30.5} = 930.25 - 1830 + 1200 + 32.79 \approx 333$$

$$P_1 \approx \mathbf{333}$$

Exemplo — Resolução (c) e (d)

Curva de oferta:

$$S_i: P = 3Q^2 - 120Q + 1200 \quad \text{para } P \geq 300$$

Para $P = 330.75$: igualar $P = Cmg$:

$$3Q^2 - 120Q + 1200 = 330.75 \Rightarrow 3Q^2 - 120Q + 869.25 = 0$$

$$\begin{aligned} Q &= \frac{120 \pm \sqrt{14400 - 4 \times 3 \times 869.25}}{6} = \frac{120 \pm \sqrt{14400 - 10431}}{6} \\ &= \frac{120 \pm \sqrt{3969}}{6} = \frac{120 \pm 63}{6} \end{aligned}$$

$$Q_a = 9.5 \text{ (zona decrescente de } Cmg \text{ — inválido); } Q^* = \frac{120 + 63}{6} = 30.5$$

$$CVM(30.5) = 930.25 - 1830 + 1200 = 300.25 < 330.75 \rightarrow \text{produz}$$

$$CTM(30.5) \approx 333 > 330.75 \rightarrow \text{prejuízo (mas menor que } CF) \checkmark$$

Exercícios — Escolha Múltipla (1) · Otimização

1. Uma empresa em concorrência perfeita tem $Cmg = 2Q + 4$ e $CVM_{min} = 4$ (para $Q = 0$). Se o preço de mercado for $P = 14$, qual a produção ótima?

a. $Q^* = 4$

b. $Q^* = 5$ ✓

c. $Q^* = 7$

d. A empresa encerra.

Solução: $P = Cmg \Rightarrow 14 = 2Q + 4 \Rightarrow Q^* = 5$.

Verificação de encerramento: $P = 14 > CVM_{min} = 4 \rightarrow$ não encerra ✓

Exercícios — Escolha Múltipla (2) ·

Otimização

2. Para uma empresa em concorrência perfeita com $CT = 2Q^2 + 6Q + 50$, qual o limiar de encerramento?

- a. $P_0 = 6$ ✓
- b. $P_0 = 10$
- c. $P_0 = 50$
- d. $P_0 = 56$

Solução: $CV = 2Q^2 + 6Q$; $CVM = 2Q + 6$.

CVM é crescente para todo $Q > 0$ (é uma reta), logo o mínimo é em $Q \rightarrow 0$: $CVM_{min} = 6$.

Verificação: $Cmg = 4Q + 6$. $Cmg = CVM \Rightarrow 4Q + 6 = 2Q + 6 \Rightarrow Q = 0$. $CVM(0) = 6$ ✓

$P_0 = 6$.

Exercício de Desenvolvimento · Otimização

Enunciado: Uma empresa em concorrência perfeita tem

$$CT = Q^3 - 9Q^2 + 30Q + 18.$$

- Determine Cmg , CVM e CTM .
- Calcule os limiares de encerramento e rendibilidade.
- Se $P = 12$, qual a produção ótima? Tem lucro ou prejuízo? Deve manter-se em funcionamento?
- Escreva a expressão da curva de oferta desta empresa.

Solução — Desenvolvimento (a) e (b)

$$Cmg = 3Q^2 - 18Q + 30, \quad CVM = Q^2 - 9Q + 30, \quad CTM = Q^2 - 9Q + 30 + \frac{18}{Q}$$

Limiar de encerramento ($Cmg = CVM$):

$$3Q^2 - 18Q + 30 = Q^2 - 9Q + 30 \Rightarrow 2Q^2 - 9Q = 0 \Rightarrow Q_0 = 4.5$$

$$P_0 = CVM(4.5) = 20.25 - 40.5 + 30 = \mathbf{9.75}$$

Limiar de rendibilidade ($Cmg = CTM$):

$$3Q^2 - 18Q + 30 = Q^2 - 9Q + 30 + \frac{18}{Q} \Rightarrow 2Q^3 - 9Q^2 - 18 = 0$$

Por tentativas: $Q = 4.88 \Rightarrow CTM(4.88) \approx 13.58$.

$$P_1 \approx \mathbf{13.58}$$

Solução — Desenvolvimento (c) e (d)

Para $P = 12$: igualar $P = Cmg$:

$$3Q^2 - 18Q + 30 = 12 \Rightarrow 3Q^2 - 18Q + 18 = 0 \Rightarrow Q^2 - 6Q + 6 = 0$$

$$Q = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 24}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{2} = 3 \pm \sqrt{3}$$

$Q_a = 3 - \sqrt{3} \approx 1.27$ (zona decrescente de Cmg — inválido)

$Q^* = 3 + \sqrt{3} \approx 4.73$

$$CVM(4.73) = 22.37 - 42.57 + 30 = 9.80$$

$$CTM(4.73) = 9.80 + 18/4.73 = 9.80 + 3.81 = 13.61$$

$P = 12 > P_0 = 9.75 \rightarrow$ **mantém-se em funcionamento** ✓

$P = 12 < P_1 \approx 13.58 \rightarrow$ **tem prejuízo** (mas inferior a $CF = 18$) ✓

Curva de oferta: $S_i : P = 3Q^2 - 18Q + 30$ para $P \geq 9.75$

A Oferta

Revisão: A Escolha Ótima do Produtor

No mercado de **concorrência perfeita**, a empresa i toma o preço p como dado e resolve:

$$\max_{Q_i} \Pi = pQ_i - CV(Q_i) - CF$$

A condição de primeira ordem (CPO) dá:

$$\frac{d\Pi}{dQ_i} = 0 \iff p = CMg(Q_i)$$

A condição de segunda ordem (CSO) exige que CMg seja **crescente** no ponto ótimo.

⚠ Importante

A quantidade ótima situa-se na parte *ascendente* da curva CMg .

Rendibilidade: Lucro vs Prejuízo

O lucro pode ser reescrito em termos de custos médios:

$$\Pi = pQ - CT = Q(p - CTM)$$

Condição	Resultado
$p > CTM$	$\Pi > 0$ — Lucro
$p = CTM$	$\Pi = 0$ — Ponto de equilíbrio (<i>break-even</i>)
$CVM \leq p < CTM$	$\Pi < 0$ — Prejuízo, mas a empresa produz
$p < CVM$	$\Pi < 0$ — Empresa deve encerrar

A questão central: mesmo com prejuízo, quando vale a pena **continuar a produzir**?

Decisão de Encerramento: a lógica

No curto prazo, os custos fixos são irrecuperáveis (*sunk costs*): a empresa paga-os independentemente de produzir ou não.

A decisão relevante é comparar:

- **Produzir:** $\Pi = RT - CV - CF$
- **Encerrar (Q=0):** $\Pi = -CF$

A empresa produz se produzir for *menos mau* do que encerrar:

$$RT - CV - CF \geq -CF$$

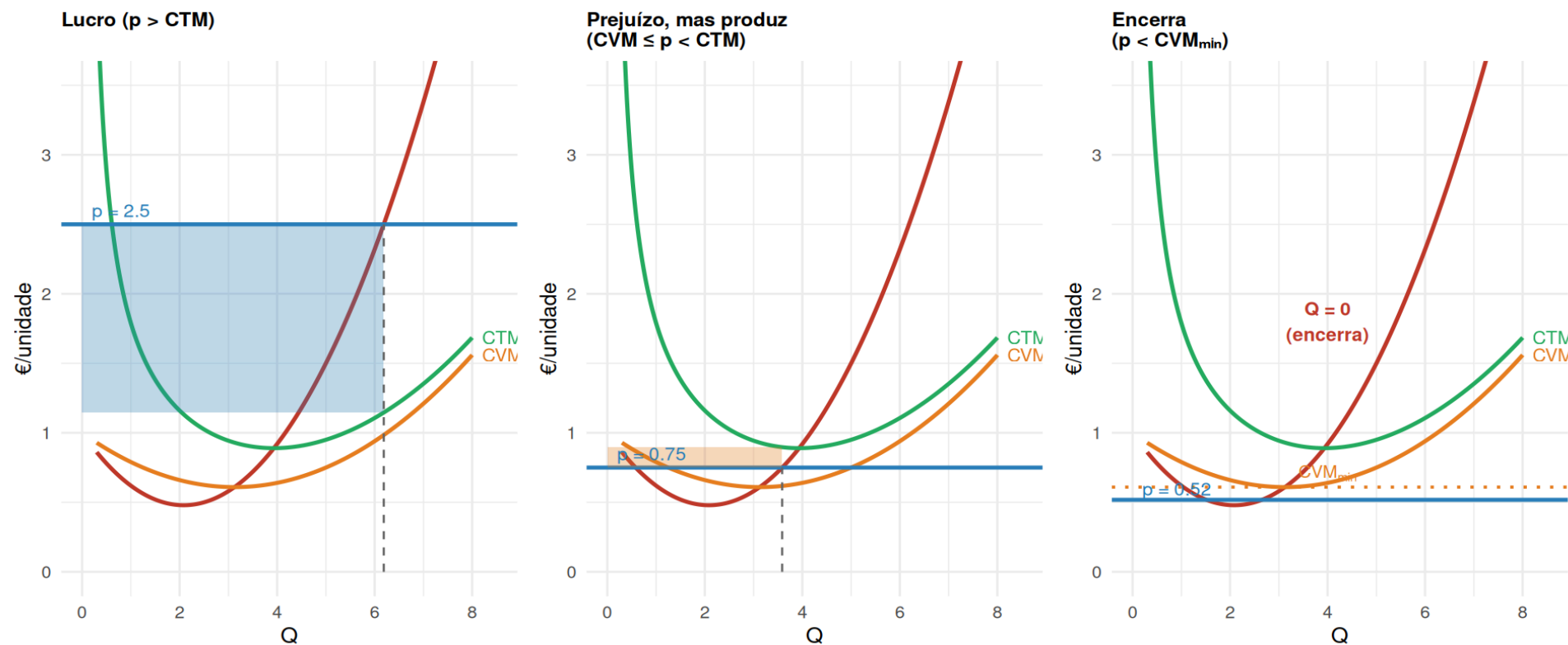
$$RT \geq CV$$

$$p \geq CVM$$

! Importante

Limiar de encerramento: a empresa fecha se $p < CVM_{min}$.
Enquanto $p \geq CVM_{min}$, compensa produzir mesmo com prejuízo.

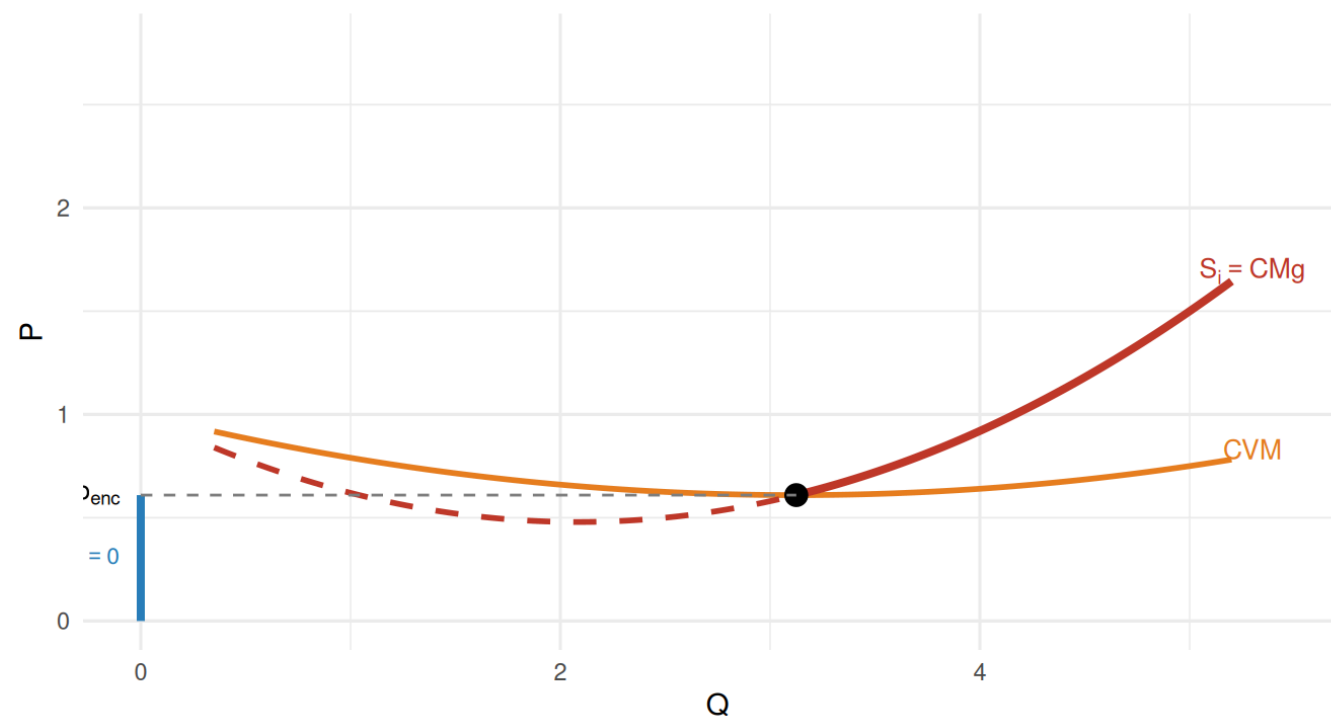
Os Três Cenários de Rendibilidade



A Curva de Oferta Individual

No mercado concorrencial, a **curva de oferta individual** é a curva CMg **acima** do limiar de encerramento.

$$S_i(p) = \begin{cases} Q_i^* : p = CMg(Q_i^*), & CMg \text{ crescente} & \text{se } p \geq CVM_{min} \\ 0 & & \text{se } p < CVM_{min} \end{cases}$$



Oferta de Mercado

A oferta de mercado agrega as ofertas individuais de todas as n empresas:

$$Q_S(p) = \sum_{i=1}^n Q_i^S(p)$$

Se todas as n empresas forem idênticas com oferta individual $Q_i^S(p)$:

$$Q_S = n \cdot Q_i^S(p)$$

Exemplo: Se cada empresa tem $CMg = 2 + Q_i$ (logo $Q_i^S = p - 2$, para $p \geq 2$) e existem $n = 2$ empresas:

$$Q_S = 2(p - 2) = 2p - 4 \quad (p \geq 2)$$

Na forma inversa: $P = 2 + \frac{Q}{2}$ — a curva de oferta de mercado tem **menor inclinação** que a individual.

Determinantes da Oferta · Oferta

A curva de oferta desloca-se quando se alteram variáveis **exógenas** à empresa:

Variável	Efeito sobre a oferta
Tecnologia A (melhor)	↑ oferta (desloc. p/ direita)
Custo do capital r (sobe)	↓ oferta
Salário w (sobe)	↓ oferta
Preço de matérias-primas p_m (sobe)	↓ oferta
Preço de bens intermédios p_i (sobe)	↓ oferta

Nota

Uma alteração do **preço de venda** p **não** desloca a curva — apenas move a empresa ao longo da mesma curva de oferta.

Excedente do Produtor: definição

Excedente do Produtor (EP)

O excedente do produtor é a diferença entre o que o produtor **recebe** e o mínimo que estaria disposto a **aceitar** por cada unidade produzida.

Graficamente: **área acima da curva de oferta até ao preço de mercado.**

Para a curva de oferta linear $P = a + bQ$, ao preço de equilíbrio p^* e quantidade Q^* :

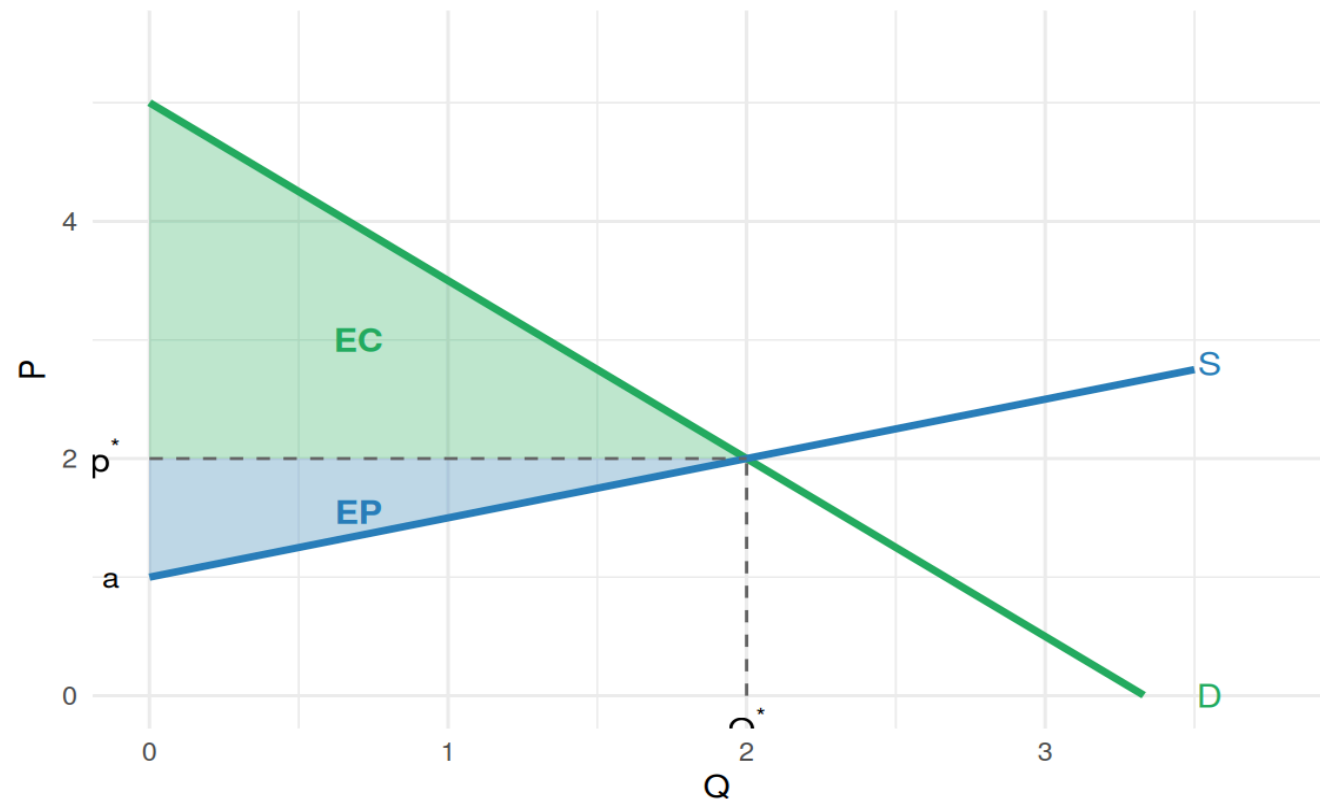
$$EP = \frac{1}{2}(p^* - a) \cdot Q^*$$

Relação com o lucro:

$$\Pi = RT - CV - CF = EP - CF$$

O excedente do produtor é o lucro **mais** os custos fixos — ou seja, a contribuição da atividade para cobrir os custos fixos e gerar lucro.

Excedente do Produtor: geometria



O excedente total = $EC + EP$ representa o **ganho total** das trocas no mercado.

Excedente do Produtor vs Lucro

Importante: numa curva de oferta linear com ordenada na origem $a (= CVM_{min})$:

$$EP = \frac{1}{2}(p^* - a)Q^* = RT - CV$$

$$\Pi = EP - CF$$

	Sem CF	Com CF (CP)
$p > CTM$	—	$\Pi > 0$, empresa opera
$CVM \leq p < CTM$	—	$\Pi < 0$, $EP > 0$, empresa opera
$p = CVM_{min}$	$EP = 0$	$\Pi = -CF$, limiar encerramento
$p < CVM_{min}$	$EP < 0$	Empresa encerra

! Importante

No longo prazo, os custos fixos desaparecem (todos os fatores são variáveis). Então **EP = lucro económico** de longo prazo.

Exercícios · Oferta (1)

Exercício 1 (Escolha Múltipla)

Uma empresa concorrencial tem $CVM_{min} = 4\text{€}$ e $CTM_{min} = 7\text{€}$. O preço de mercado é $p = 5\text{€}$. Qual das seguintes afirmações é **correta**?

- (A) A empresa encerra imediatamente, pois tem prejuízo.
- (B) A empresa produz, pois o preço cobre os custos variáveis, mas tem prejuízo a curto prazo.
- (C) A empresa tem lucro positivo.
- (D) O excedente do produtor é negativo.

Solução · Oferta (1)

Resposta: (B)

$p = 5 > CVM_{min} = 4 \rightarrow$ a empresa produz (o preço cobre os custos variáveis).

$p = 5 < CTM_{min} = 7 \rightarrow$ há prejuízo a curto prazo.

O $EP = RT - CV > 0$, mas $\Pi = EP - CF < 0$.

Exercícios · Oferta (2)

Exercício 2 (Escolha Múltipla)

Num mercado com 4 empresas idênticas, cada uma com $CMg_i = Q_i$ (e limiar de encerramento em $p = 0$). A procura de mercado é $Q_d = 20 - P$. Qual o preço de equilíbrio?

- (A) $P^* = 2$
- (B) $P^* = 4$
- (C) $P^* = 6$
- (D) $P^* = 8$

Solução · Oferta (2)

Resposta: (B)

Da oferta individual: $P = CMg_i = Q_i \Rightarrow Q_i^S = P$.

Oferta de mercado: $Q_S = 4P$.

Equilíbrio: $4P = 20 - P \Rightarrow 5P = 20 \Rightarrow P^* = 4$.

Quantidade: $Q^* = 20 - 4 = 16$. Verificação: $Q_S = 4 \times 4 = 16$ ✓

Exercício 3 (Desenvolvimento) · Oferta

O mercado de um bem tem as seguintes equações (com P em €, Q em milhares de unidades):

$$Q_d = 24 - 2P \quad Q_s = 2P - 4 \quad (P \geq 2)$$

- Determine o preço e a quantidade de equilíbrio.
- Calcule o Excedente do Consumidor (EC) e o Excedente do Produtor (EP).
- Qual o excedente económico total? O que representa?
- O preço mínimo da curva de oferta é $P_{min} = 2\text{€}$. O que representa economicamente este valor?

Solução · Oferta (3)

- Equilíbrio: $24 - 2P = 2P - 4 \Rightarrow 28 = 4P \Rightarrow P^* = 7\text{€}, Q^* = 24 - 14 = 10$.
- Intercepto da procura: $Q_d = 0 \Rightarrow P = 12$. Intercepto da oferta: $P = 2$.
 $EC = \frac{1}{2}(12 - 7) \times 10 = 25$ (mil €) $EP = \frac{1}{2}(7 - 2) \times 10 = 25$ (mil €)
- $EE = EC + EP = 50$ mil €. Representa o valor total gerado pelas trocas voluntárias neste mercado.
- $P_{min} = 2\text{€}$ é o **limiar de encerramento** — abaixo deste preço nenhuma empresa produz.

Síntese · Oferta

- A empresa maximiza Π produzindo onde $p = CM_g$ (parte ascendente).
- A **rendibilidade** depende de p vs CTM : lucro se $p > CTM$, prejuízo se $p < CTM$.
- Mesmo com prejuízo, a empresa **não encerra** enquanto $p \geq CVM_{min}$ — os custos fixos são irrecuperáveis.
- O **limiar de encerramento** é $p_{enc} = CVM_{min}$ (mínimo da curva CVM).
- A **curva de oferta individual** = curva CM_g acima de p_{enc} .
- A **oferta de mercado** = soma das ofertas individuais.
- O **excedente do produtor** é a área acima da oferta até ao preço: $EP = RT - CV$.
- Relação fundamental: $\Pi = EP - CF$.

Equilíbrio de Mercado no Curto Prazo

O que é o Equilíbrio de Mercado?

O mercado de **concorrência perfeita** está em equilíbrio quando:

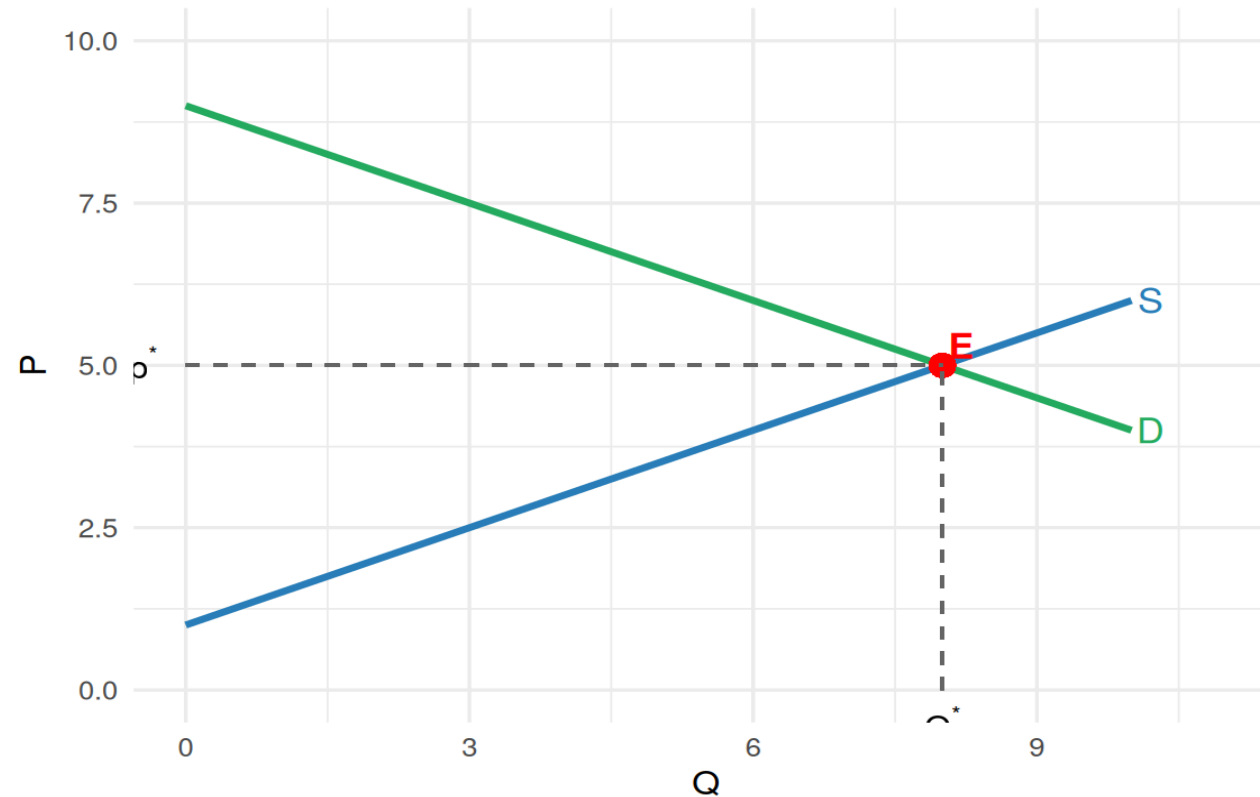
- Os **consumidores** comprem exatamente a quantidade que desejavam adquirir ao preço vigente
- Os **produtores** vendem exatamente a quantidade que planeavam oferecer
- Não existe incentivo para nenhum agente alterar o seu comportamento

! Importante

Condição de equilíbrio: $Q_d(p^*) = Q_s(p^*)$

Ao preço de equilíbrio p^* , a quantidade procurada iguala a quantidade oferecida.

Equilíbrio de Mercado: geometria



O ponto **E** é o equilíbrio: a “mão invisível” de Adam Smith (1776) conduz os agentes até aqui.

A Mão Invisível e a Eficiência

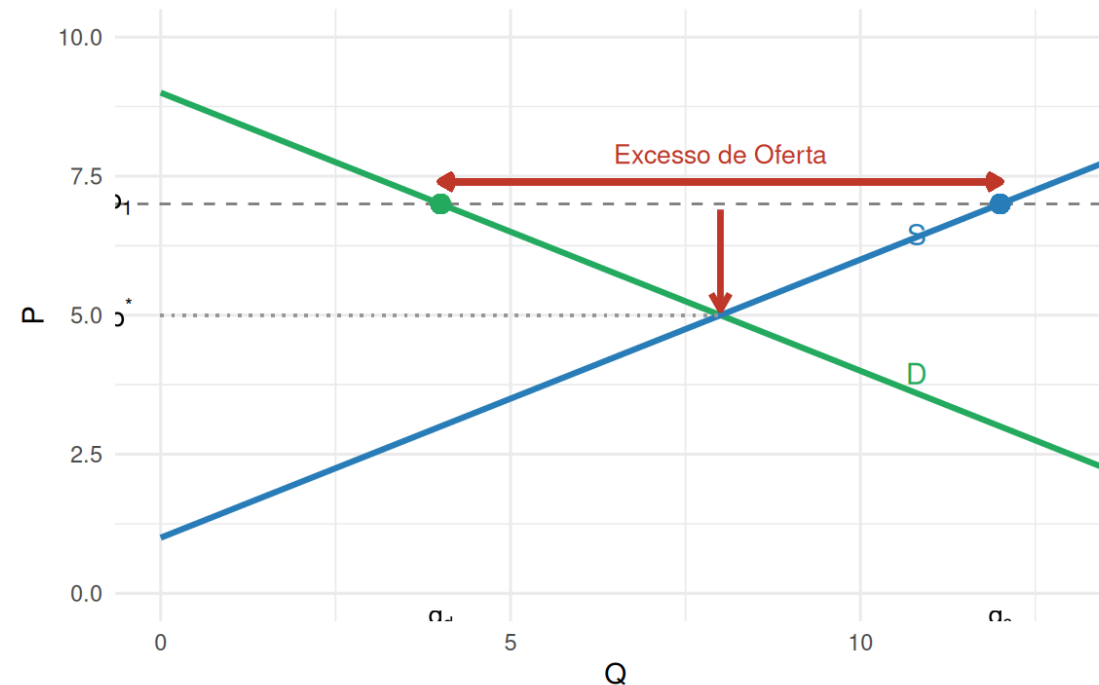
“Cada indivíduo não pretende promover o interesse público, nem sabe em que medida o está a promover. Ele é conduzido por uma mão invisível a promover um fim que não fazia parte dos seus planos.” — Adam Smith, A Riqueza das Nações, 1776

Em mercados concorrenciais, **sem falhas de mercado**:

- O equilíbrio resulta do ajustamento automático do preço
- É gerado por decisões descentralizadas e racionais
- O resultado é **eficiente**: o excedente total é máximo

Desequilíbrio: Excesso de Oferta

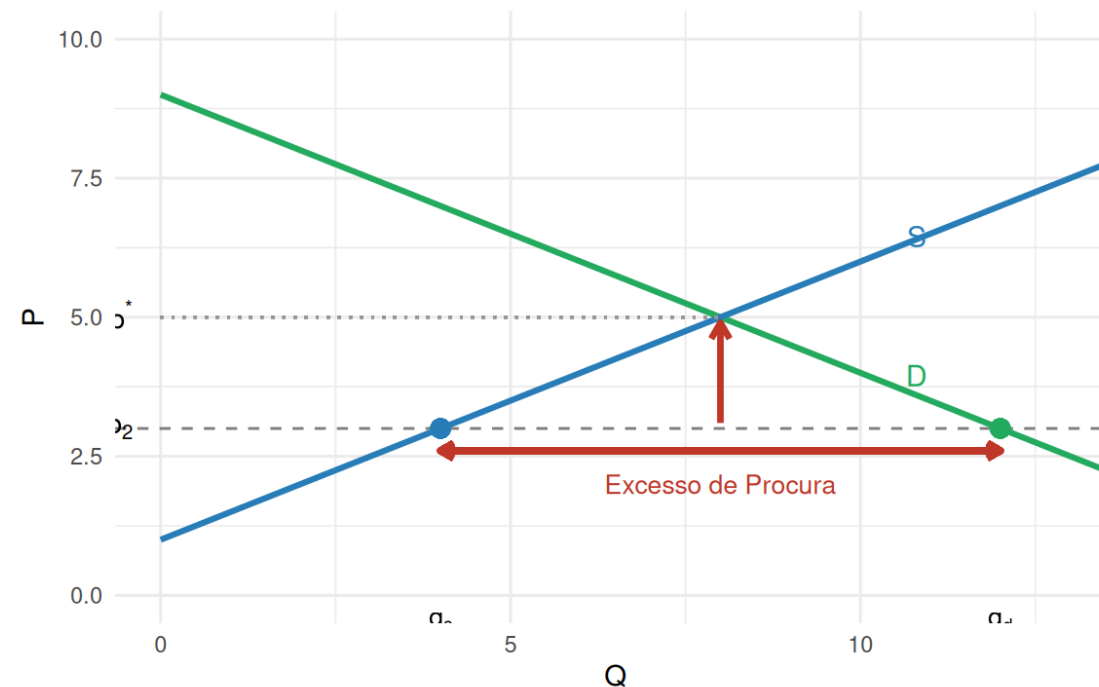
Quando $p > p^*$: a quantidade oferecida excede a procurada — há **excesso de oferta**.



$p_1 > p^* \Rightarrow q_s > q_d \rightarrow$ produtores não conseguem escoar a produção $\rightarrow$ **preço desce até p^* .**

Desequilíbrio: Excesso de Procura

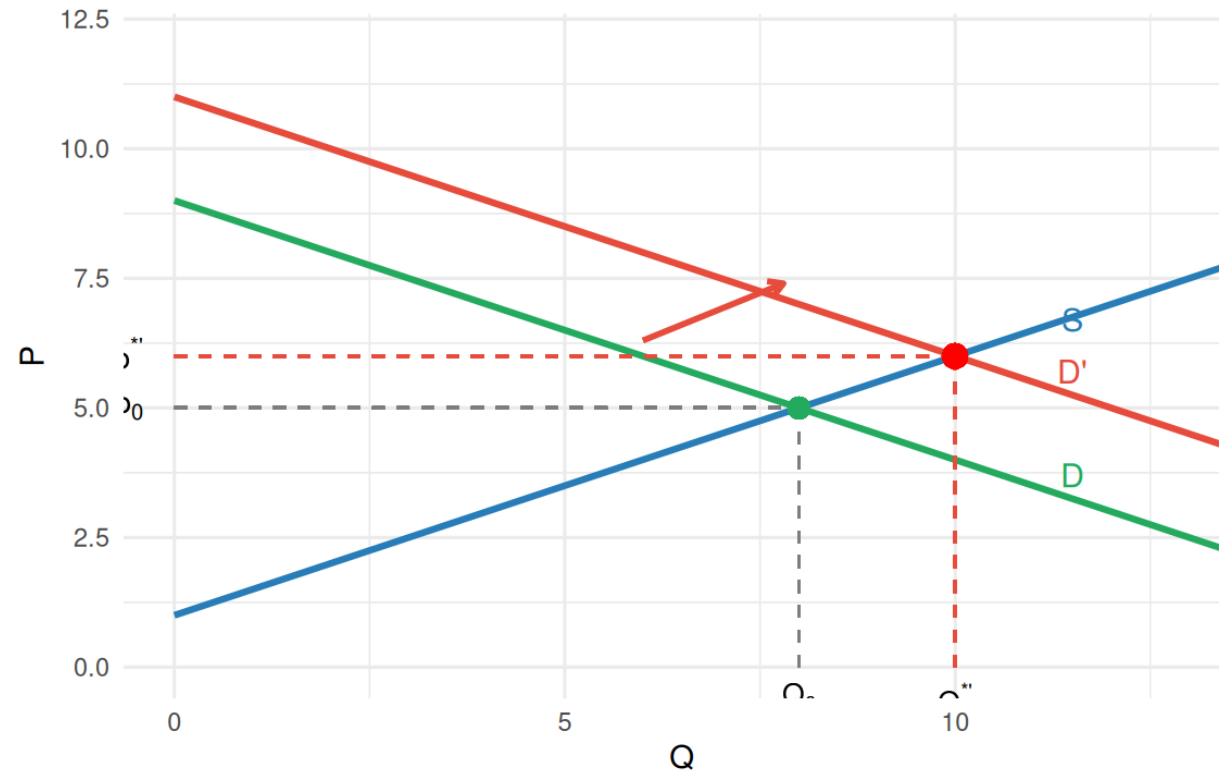
Quando $p < p^*$: a quantidade procurada excede a oferecida — há **excesso de procura**.



$p_2 < p^* \Rightarrow q_d > q_s \rightarrow$ consumidores não encontram o bem $\rightarrow$ **preço sobe até p^* .**

Dinâmicas: Expansão da Procura

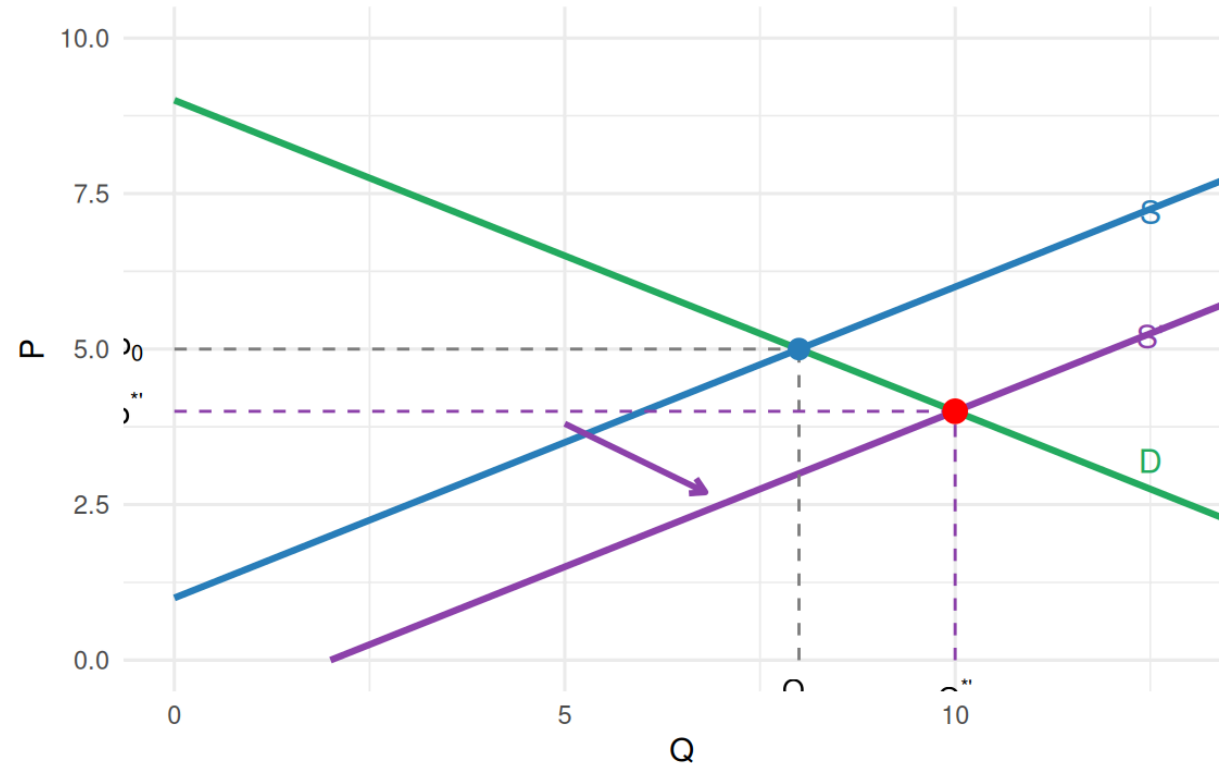
O que acontece quando a procura **aumenta** (desloca-se para a direita)?



$D \uparrow \rightarrow$ excesso de procura ao preço antigo $\rightarrow$ preço **sobe** $\rightarrow$ quantidade de equilíbrio **aumenta**.

Dinâmicas: Expansão da Oferta

O que acontece quando a oferta **aumenta** (desloca-se para a direita)?



$S \uparrow \rightarrow$ excesso de oferta ao preço antigo $\rightarrow$ preço **desce** $\rightarrow$ quantidade de equilíbrio **aumenta**.

Resumo das Dinâmicas

Alteração	Efeito sobre P^*	Efeito sobre Q^*
↑ Procura	↑	↑
↓ Procura	↓	↓
↑ Oferta	↓	↑
↓ Oferta	↑	↓
↑ Procura e ↑ Oferta	?	↑
↑ Procura e ↓ Oferta	↑	?

Quando **dois choques** ocorrem simultaneamente, o efeito num dos preços ou quantidades pode ser indeterminado — depende da *magnitude relativa* dos choques.

Empresa vs. Mercado no Curto Prazo

No equilíbrio, o preço p^* é formado pela interação de **todos** os agentes. Cada empresa i toma-o como dado e otimiza individualmente.

A empresa i

- Enfrenta procura horizontal $D_i : p = p^*$
- Produz onde $p^* = CMg_i$ (parte ascendente)
- A curva CMg_i ascendente é a sua oferta individual

O mercado

- D e S determinam p^* e Q^*
- $Q^* = \sum_i q_i^*$ (soma das escolhas individuais)
- Cada empresa é *price-taker*

Nota

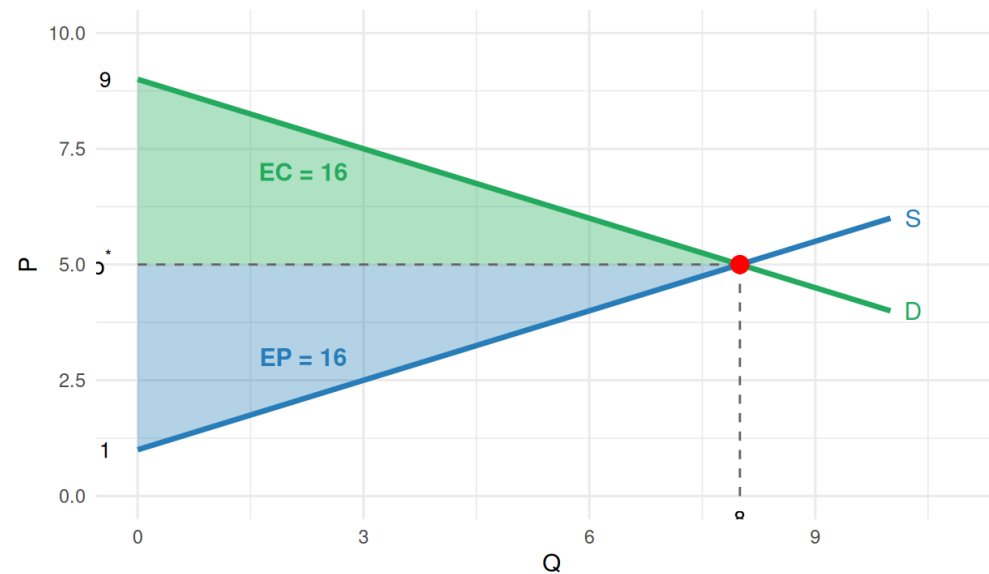
No curto prazo, o número de empresas é fixo. O preço de equilíbrio pode ser tal que as empresas tenham lucro, prejuízo, ou resultado nulo — dependendo de p^* vs CTM .

Excedente Económico Total

i Excedente Económico Total (EE)

$$EE = EC + EP$$

O excedente total mede o **valor gerado pelas trocas** no mercado — o ganho mútuo que consumidores e produtores obtêm ao transacionarem, em vez de não o fazerem.



Excedente Total e Eficiência

O excedente total é **máximo** no equilíbrio concorrencial — qualquer outra quantidade transacionada reduz-o.

Quantidade abaixo de Q^* ($Q < Q^*$):

- Há trocas mutuamente benéficas que não ocorrem
- Produz-se *menos* do que seria desejável
- Perda de eficiência (*deadweight loss*)

Quantidade acima de Q^* ($Q > Q^*$):

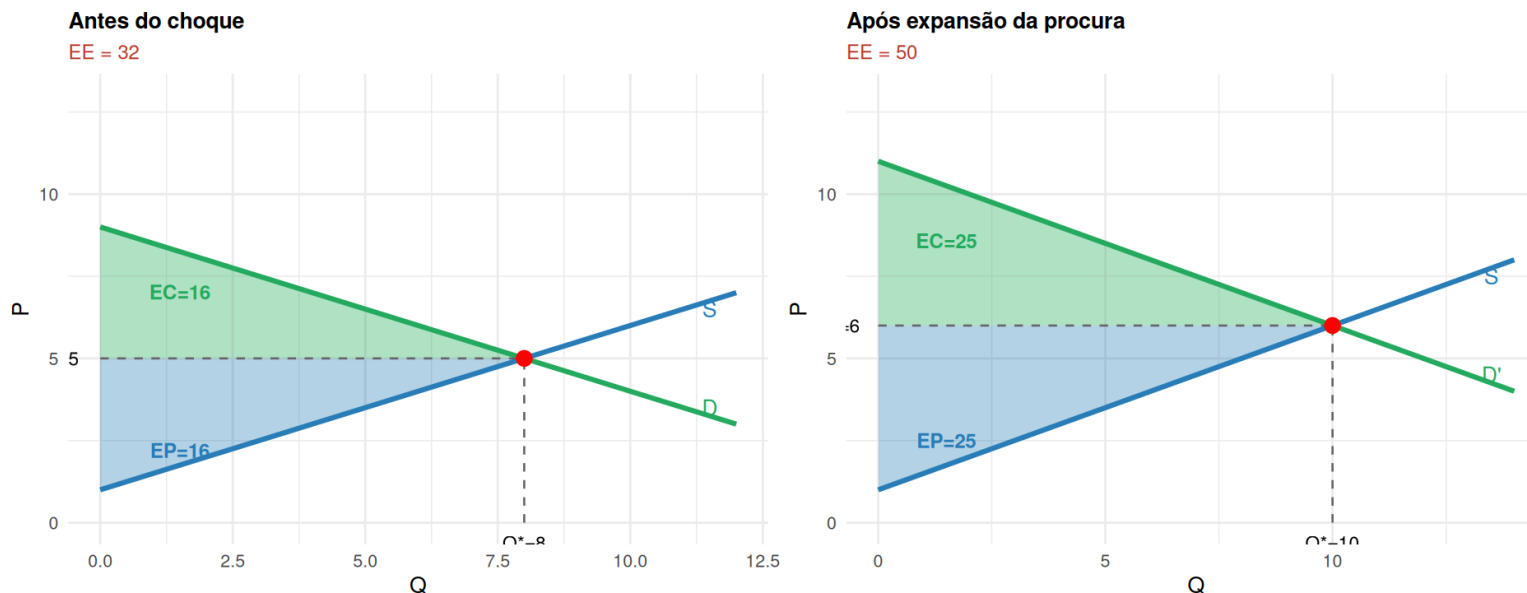
- Produzem-se unidades cujo custo excede o benefício
- O valor para o consumidor é inferior ao custo de produção
- Também há perda de eficiência

⚠ Importante

A concorrência perfeita **maximiza o excedente total** — por isso se diz que é a estrutura de mercado **eficiente**, na ausência de falhas de mercado.

Excedente após um Choque de Procura

Quando a procura se expande de D para D' , o novo equilíbrio gera mais excedente total.



A expansão da procura beneficia **ambos** os lados do mercado: EC e EP aumentam.

Exercícios · Equilíbrio CP (1)

Exercício 1 (Escolha Múltipla)

Num mercado, a oferta de um bem **reduz-se** (a curva desloca-se para a esquerda). *Ceteris paribus*, o que acontece ao equilíbrio?

- (A) O preço sobe e a quantidade de equilíbrio aumenta.
- (B) O preço desce e a quantidade de equilíbrio aumenta.
- (C) O preço sobe e a quantidade de equilíbrio diminui.
- (D) O preço desce e a quantidade de equilíbrio diminui.

Solução · Equilíbrio CP (1)

Resposta: (C)

Redução da oferta → curva S desloca para a esquerda → excesso de procura ao preço anterior → preço sobe. Com preço mais alto e procura inalterada, a quantidade transacionada **diminui**.

Exercícios · Equilíbrio CP (2)

Exercício 2 (Escolha Múltipla)

Num mercado em equilíbrio com $p^* = 10$ e $Q^* = 20$. A curva de procura é linear com ordenada na origem $P = 20 - \frac{Q}{2}$ e a oferta tem ordenada na origem $P = 2$ (no eixo dos preços). Qual o excedente económico total?

(A) 100

(B) 160

(C) 180

(D) 200

 Solução · Equilíbrio CP (2)

Resposta: (C)

$$EC = \frac{1}{2}(20 - 10) \times 20 = 100$$

$$EP = \frac{1}{2}(10 - 2) \times 20 = 80$$

$$EE = EC + EP = 180$$

Exercício 3 (Desenvolvimento) · Equilíbrio CP

O mercado de um bem tem as equações $Q_d = 18 - 2P$ $Q_s = 2P - 2$

- Calcule o preço e a quantidade de equilíbrio.
- Calcule o excedente do consumidor (EC), excedente do produtor (EP) e o excedente total (EE).
- A procura expande-se para $Q'_d = 22 - 2P$. Determine o novo equilíbrio e os novos excedentes. Quem ganha mais com esta expansão?
- Utilizando a tabela de dinâmicas, explique o que aconteceria se, simultaneamente, a procura expandisse e a oferta contraísse.

Solução · Equilíbrio CP (3)

a) $18 - 2P = 2P - 2 \Rightarrow 4P = 20 \Rightarrow P^* = 5, Q^* = 8.$

b) Interceptos: procura $P = 9$, oferta $P = 1$.

$$EC = \frac{1}{2}(9 - 5) \times 8 = 16 \quad EP = \frac{1}{2}(5 - 1) \times 8 = 16 \quad EE = 32.$$

c) $22 - 2P = 2P - 2 \Rightarrow 4P = 24 \Rightarrow P^{*'} = 6, Q^{*'} = 10.$

Novo intercepto da procura: $Q'_d = 0 \Rightarrow P = 11.$

$$EC' = \frac{1}{2}(11 - 6) \times 10 = 25 \quad EP' = \frac{1}{2}(6 - 1) \times 10 = 25 \quad EE' = 50.$$

Ambos ganham igual (+9 cada). O excedente total aumentou +18.

d) Procura $\uparrow$ e oferta $\downarrow$: o preço sobe inequivocamente ($\uparrow P$). O efeito na quantidade é **indeterminado** — depende da magnitude relativa dos dois choques.

Síntese · Equilíbrio CP

- O **equilíbrio** ocorre onde $Q_d = Q_s$; ao preço p^* nenhum agente quer desviar-se.
- O ajustamento é automático: excesso de oferta faz o preço descer; excesso de procura faz-o subir.
- Deslocações da curva D ou S alteram o equilíbrio — o sentido depende da direção do choque.
- Com dois choques simultâneos, um dos efeitos (P^* ou Q^*) pode ser indeterminado.
- O **excedente total** $EE = EC + EP$ é máximo no equilíbrio concorrencial.
- Qualquer quantidade diferente de Q^* implica perda de eficiência (*deadweight loss*).
- A expansão da procura ou da oferta beneficia ambos os lados do mercado — o EE aumenta.

Longo Prazo e Isoquantas

Curto Prazo vs. Longo Prazo · Isoquantas

No **curto prazo**, pelo menos um fator produtivo é fixo (tipicamente o capital K), dando origem a custos fixos.

No **longo prazo**, **todos** os fatores são variáveis — a empresa pode escolher livremente a combinação de capital K e trabalho L :

- Não existem custos fixos
- A empresa tem mais graus de liberdade
- Pode sempre alcançar custos médios iguais ou menores do que no curto prazo

! Importante

Problema do produtor a longo prazo: encontrar a combinação (K, L) que minimiza o custo de produzir uma dada quantidade Q^* .

O Problema de Otimização de Longo Prazo

$$\min_{K, L} rK + wL \quad \text{sujeito a} \quad F(K, L) = Q^*$$

onde r é o custo unitário do capital e w o custo unitário do trabalho.

Símbolo	Significado
r	Custo de aluguer/uso do capital (taxa de juro, amortização)
w	Salário (custo do trabalho)
$rK + wL$	Custo total a minimizar
$F(K, L) = Q^*$	Restrição: produzir exatamente Q^*

A restrição $F(K, L) = Q^*$ define todas as combinações (K, L) que produzem Q^* — a **isoquanta**.

Isoquanta: definição

i Isoquanta

Curva que representa todas as combinações de capital K e trabalho L que permitem obter a **mesma quantidade** produzida Q^* .

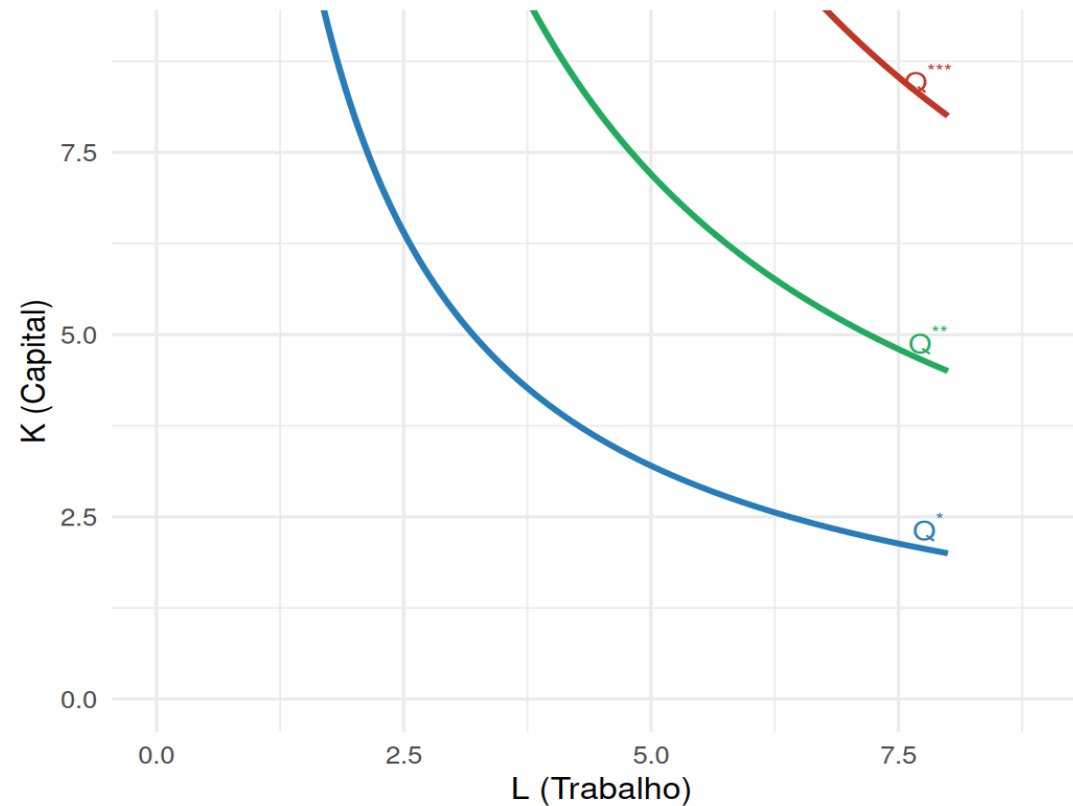
$$\{(K, L) : F(K, L) = Q^*\}$$

É uma **curva de nível** da função de produção ao nível Q^* .

Para funções da família $F(K, L) = AK^a L^b$, a isoquanta é uma **hipérbole** no espaço (L, K) .

Isoquantas mais afastadas da origem correspondem a níveis de produção **mais elevados**.

Isoquantas: geometria



Ao longo de cada isoquanta, K e L são **substituíveis** — reduzir um fator obriga a aumentar o outro para manter Q^* .

Taxa Marginal de Substituição Técnica (TMST)

A inclinação da isoquanta mede a **taxa a que a empresa troca L por K** mantendo a produção constante:

$$TMST_{L,K} = - \frac{dK}{dL} \Big|_{Q=Q^*} = \frac{PMg_L}{PMg_K}$$

- A TMST é **decrecente** ao longo da isoquanta (lei dos rendimentos marginais decrescentes)
- Quando se tem muito K e pouco L , o trabalho é muito produtivo → troca-se muito K por uma unidade de L
- Conforme se substitui K por L , a TMST diminui

Nota

A TMST é análoga ao TMS do consumidor — aqui avalia a substituição de fatores em vez de bens de consumo.

Isocusto: definição

Isocusto

Reta formada por todas as combinações de K e L com o **mesmo custo total** $\overline{CT}$:

$$\overline{CT} = rK + wL \quad \Longleftrightarrow \quad K = \frac{\overline{CT}}{r} - \frac{w}{r}L$$

Interceptos:

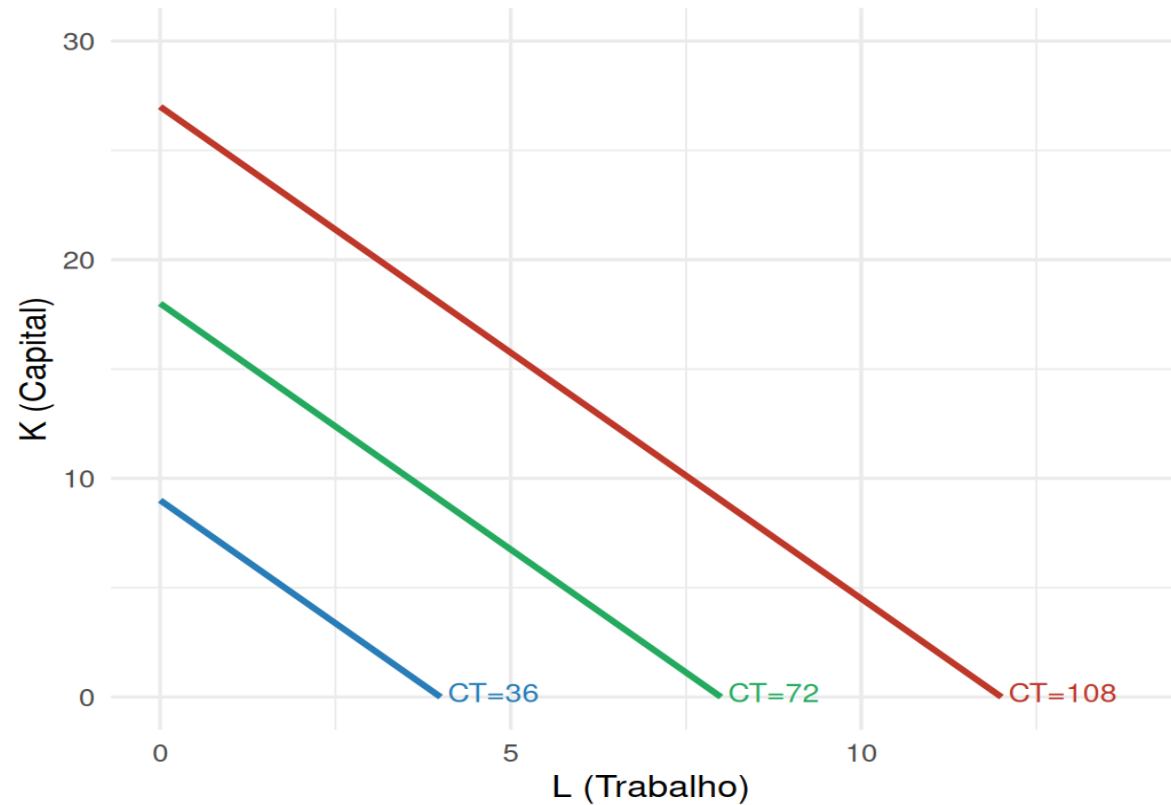
- Eixo K ($L = 0$): $K = \frac{\overline{CT}}{r}$
- Eixo L ($K = 0$): $L = \frac{\overline{CT}}{w}$

Inclinação: $-\frac{w}{r}$ (razão dos preços dos fatores)

Isocustos **mais afastados** da origem correspondem a custos totais **mais elevados**.

A inclinação é **constante** — os preços dos fatores são dados para a empresa.

Isocusto: geometria



Isocustos paralelos: mesma inclinação $-w/r$, diferentes níveis de custo.

A Condição de Ótimo

O mínimo de custo para produzir Q^* ocorre no ponto onde a **isoquanta é tangente ao isocusto**:

$$TMST_{L,K} = \frac{w}{r} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{PMg_L}{PMg_K} = \frac{w}{r}$$

Interpretação: no ótimo, o “valor” marginal de cada euro gasto em L iguala o de cada euro gasto em K :

$$\frac{PMg_L}{w} = \frac{PMg_K}{r}$$

⚠ Importante

Se $\frac{PMg_L}{w} > \frac{PMg_K}{r}$: o trabalho é relativamente mais produtivo por euro → convém substituir K por L .

Só no ótimo é que a empresa não tem incentivo a realocar fatores.

Exemplo Resolvido · Isoquantas

$$F(K, L) = K^{0.5} L^{0.5}, Q^* = 100, r = w = 5.$$

Passo 1 — Isoquanta: $100 = K^{0.5} L^{0.5} \Rightarrow KL = 10,000 \Rightarrow K = \frac{10,000}{L}$

Passo 2 — Substituir na função custo:

$$CT(L) = 5 \cdot \frac{10,000}{L} + 5L = \frac{50,000}{L} + 5L$$

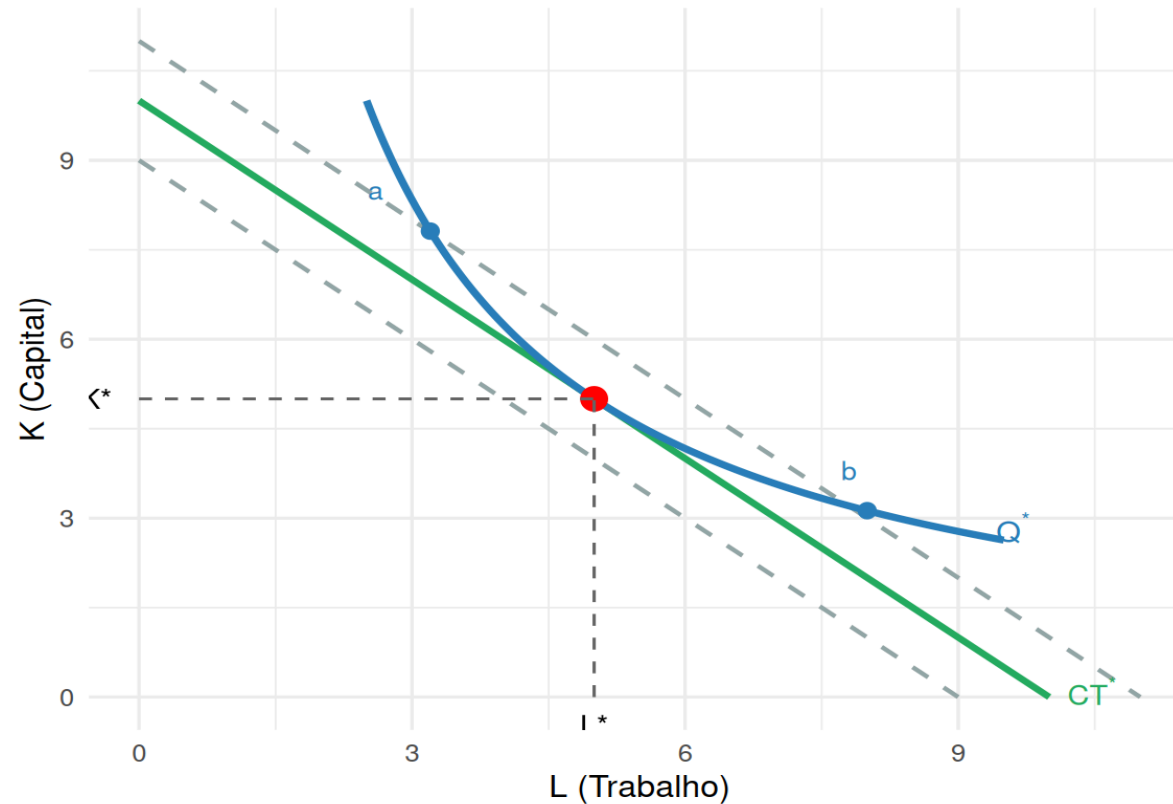
Passo 3 — CPO:

$$\frac{dCT}{dL} = -\frac{50,000}{L^2} + 5 = 0 \Rightarrow L^2 = 10,000 \Rightarrow L^* = 100$$

Resultado: $L^* = 100, K^* = 100, CT^* = 500 + 500 = 1,000.$

Verificação da condição de ótimo: $TMST = K/L = 1 = w/r = 5/5 = 1 \checkmark$

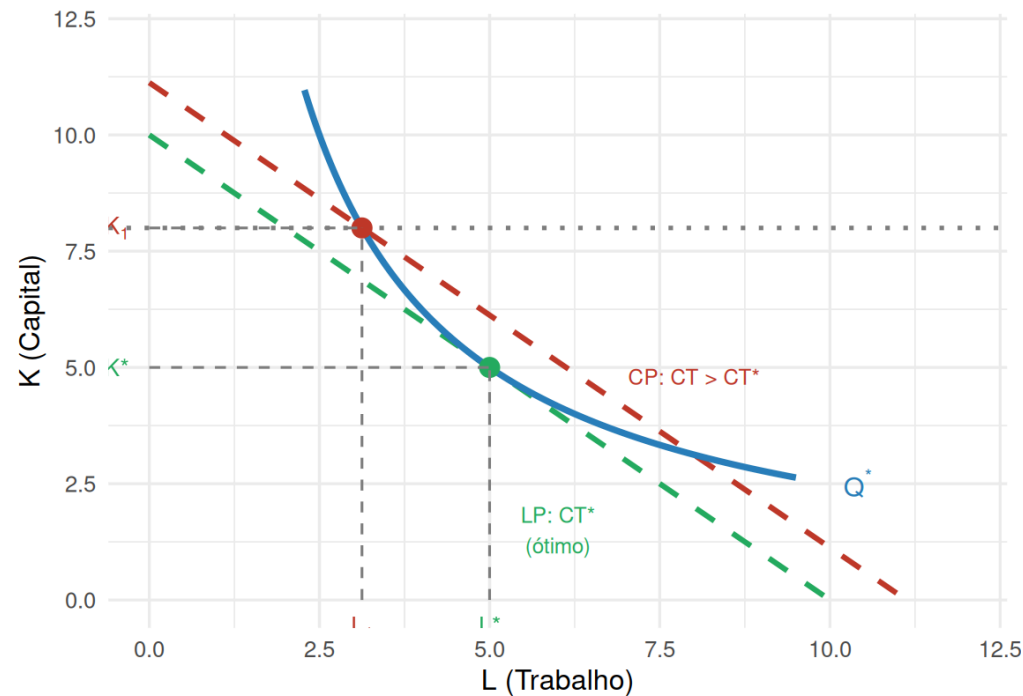
Isoquanta + Isocusto: o ótimo graficamente



Os pontos a e b também produzem Q^* , mas com **custo maior** — estão sobre isocustos superiores.

Custos de Longo Prazo são Menores

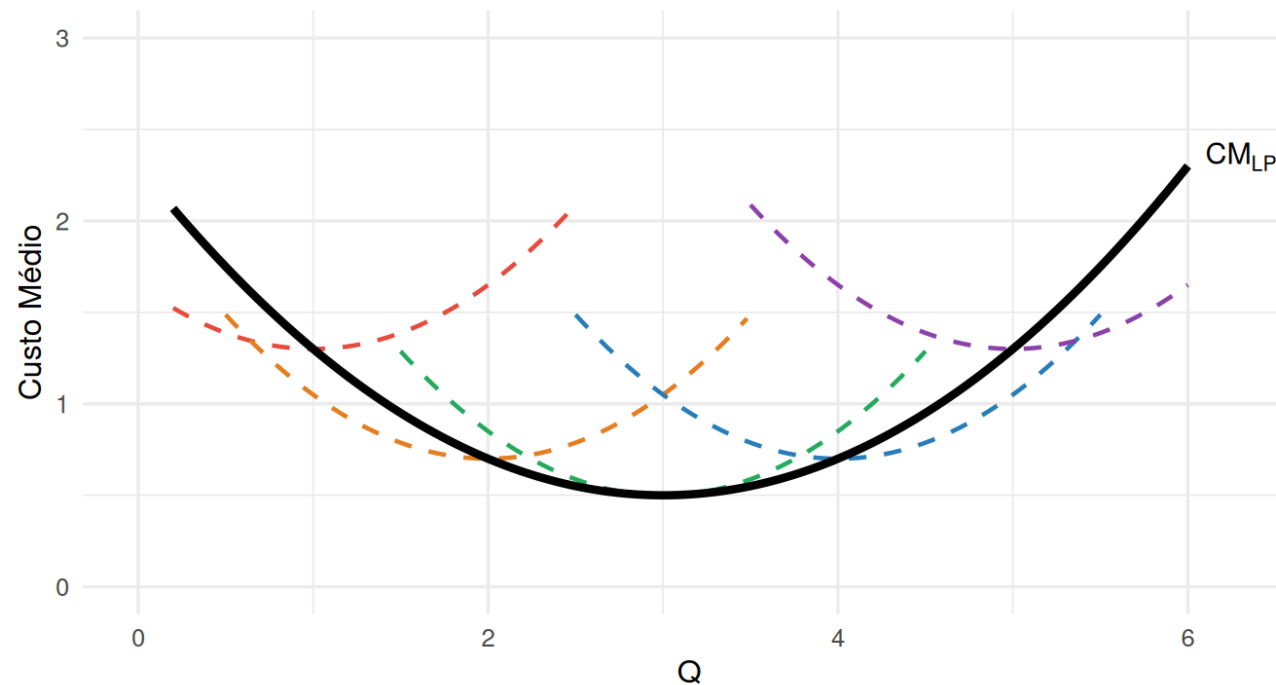
No curto prazo, K está fixo em $K_1 \neq K^*$: a empresa não pode ajustar o capital.



No LP, a empresa minimiza custos em (L^*, K^*) . **No CP** com $K = K_1$ fixo, atinge a mesma isoquanta mas com custo superior.

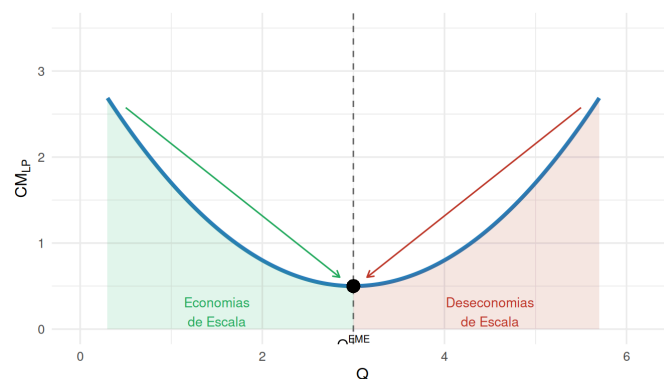
Custo Médio de Longo Prazo

Cada ponto da curva CM_{LP} é o **mínimo do CTM de curto prazo** para o nível de capital ótimo correspondente a cada Q :



A curva CM_{LP} é o **envelope inferior** de todas as curvas de custo médio de curto prazo.

Economias e Deseconomias de Escala · Isoquantas



Zona	Condição	Significado
Economias de escala	CM_{LP} decrescente	Crescer reduz o custo médio
Escala Mínima Eficiente (EME)	Mínimo de CM_{LP}	Dimensão ótima da empresa
Deseconomias de escala	CM_{LP} crescente	Crescer aumenta o custo médio

Custos Económicos vs. Contabilísticos

Nota

Os custos usados na análise económica são **custos de oportunidade** — incluem não apenas despesas de caixa, mas também o valor das alternativas a que se renuncia.

Consequências importantes:

- O **lucro económico** é sempre $\leq$ o lucro contabilístico
- Uma empresa com lucro contabilístico nulo pode ter lucro económico **negativo** (se o capital poderia render mais noutro uso)
- No equilíbrio de longo prazo concorrencial, o lucro económico é **zero** — mas a empresa tem um lucro contabilístico normal (cobre o custo de oportunidade do capital)

Importante

$\Pi_{econ} = RT - CT_{econ}$ onde CT_{econ} inclui o custo de oportunidade de **todos** os fatores, incluindo o capital próprio do empresário.

Exercícios · Isoquantas (1)

Exercício 1 (Escolha Múltipla)

Uma empresa tem $F(K, L) = 2K^{0.5}L^{0.5}$, $r = w = 2$, e pretende produzir $Q^* = 20$. Qual a combinação ótima (K^*, L^*) e o custo mínimo?

- (A) $K^* = 5$, $L^* = 5$, $CT^* = 20$
- (B) $K^* = 10$, $L^* = 10$, $CT^* = 40$
- (C) $K^* = 20$, $L^* = 20$, $CT^* = 80$
- (D) $K^* = 10$, $L^* = 5$, $CT^* = 30$

Solução · Isoquantas (1)

Resposta: (B)

Isoquanta: $2\sqrt{KL} = 20 \Rightarrow \sqrt{KL} = 10 \Rightarrow KL = 100 \Rightarrow K = 100/L$.

$CT(L) = 200/L + 2L$; CPO: $-200/L^2 + 2 = 0 \Rightarrow L^* = 10$, $K^* = 10$.

$CT^* = 2(10) + 2(10) = 40$. Verificação: $2\sqrt{100} = 20$ ✓

Exercícios · Isoquantas (2)

Exercício 2 (Escolha Múltipla)

Qual das seguintes afirmações sobre o longo prazo é **correta**?

- (A) No longo prazo os custos fixos são constantes.
- (B) O CM_{LP} é sempre superior ao CTM de curto prazo.
- (C) O CM_{LP} é o envelope inferior dos CTM de curto prazo.
- (D) No longo prazo a empresa não tem grau de liberdade para escolher K .

Solução · Isoquantas (2)

Resposta: (C)

No LP não há custos fixos → (A) falsa. O $CM_{LP} \leq CTM_{CP}$ em qualquer ponto → (B) falsa. No LP a empresa **escolhe** K livremente → (D) falsa. A curva CM_{LP} tangencia cada CTM_{CP} pelo baixo — é o seu envelope inferior → **(C) correta**.

Exercício 3 (Desenvolvimento) · Isoquantas

Uma empresa tem $F(K, L) = KL$, com $r = 4$ e $w = 9$. Pretende produzir $Q^* = 36$.

- Escreva a equação da isoquanta e determine a combinação ótima (K^*, L^*) .
- Calcule o custo mínimo CT^* e escreva a equação do isocusto ótimo.
- Verifique a condição de ótimo $TMST = w/r$.
- Se no curto prazo o capital está fixo em $K_1 = 12 \neq K^*$, qual seria L_1 e CT_1 ? Compare com CT^* .

Solução · Isoquantas (3)

a) Isoquanta: $KL = 36 \Rightarrow K = 36/L$.

$$CT(L) = 4(36/L) + 9L = 144/L + 9L.$$

$$\text{CPO: } -144/L^2 + 9 = 0 \Rightarrow L^* = 4, K^* = 9.$$

b) $CT^* = 4(9) + 9(4) = 36 + 36 = 72$. Isocusto: $72 = 4K + 9L$, i.e. $K = 18 - \frac{9}{4}L$.

c) $TMST = K/L = 9/4$ e $w/r = 9/4$ ✓

d) $K_1 = 12$: isoquanta $\Rightarrow L_1 = 36/12 = 3$. $CT_1 = 4(12) + 9(3) = 48 + 27 = 75 > 72 = CT^*$. O CP tem custo superior, como esperado.

Síntese · Isoquantas

- No **longo prazo** todos os fatores são variáveis — o problema é minimizar $rK + wL$ sujeito a $F(K, L) = Q^*$.
- A **isoquanta** mostra todas as combinações (K, L) que produzem Q^* — é análoga à curva de indiferença do consumidor.
- O **isocusto** representa combinações de igual custo; a sua inclinação é $-w/r$.
- O **ótimo** ocorre na tangência isoquanta-isocusto: $TMST = w/r$, ou equivalentemente $PMg_L/w = PMg_K/r$.
- Os **custos de LP** são sempre $\leq$ **custos de CP** — no LP a empresa tem mais flexibilidade.
- A curva CM_{LP} é o **envelope inferior** das curvas CTM de CP.
- Há **economias de escala** quando CM_{LP} é decrescente; **deseconomias** quando é crescente.
- O mínimo de CM_{LP} é a **Escala Mínima Eficiente (EME)**.

Equilíbrio de Mercado e Oferta no Longo Prazo

Revisão: Curto Prazo vs. Longo Prazo

O que muda no longo prazo?

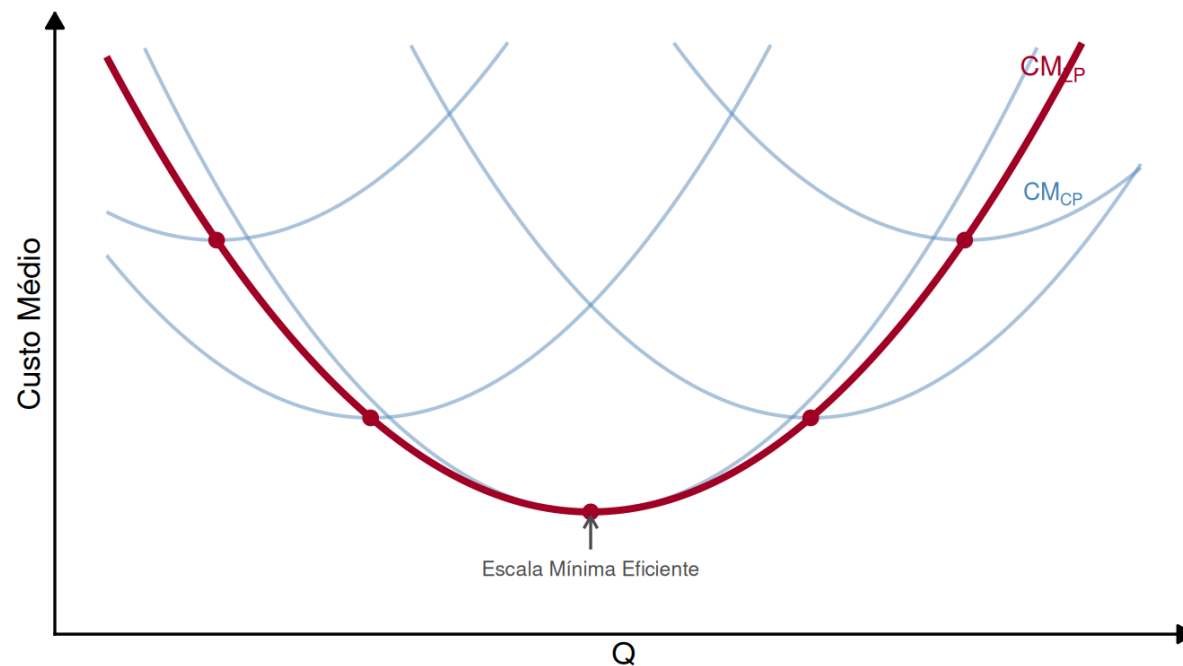
Longo Prazo

No longo prazo, **todos** os fatores produtivos são variáveis — não existem custos fixos. A empresa tem acesso a todas as combinações de K e L , e pode ajustar a sua escala de produção.

Consequência fundamental:

- Os custos médios de longo prazo são sempre **menores ou iguais** aos custos médios de curto prazo.
- A empresa escolhe a combinação (K, L) que minimiza o custo para cada nível de produção.

Custos de Longo Prazo: Intuição Gráfica



- Cada curva azul: custo médio de curto prazo (capital fixado)
- Curva vermelha: **envelope** de longo prazo — o mínimo possível para cada Q

Economias e Deseconomias de Escala · Equilíbrio LP

Definições

- **Economias de escala:** CM_{LP} decrescente — escalar a produção reduz o custo médio.
- **Deseconomias de escala:** CM_{LP} crescente — crescer aumenta o custo médio.
- **Escala Mínima Eficiente (EME):** o nível de Q que minimiza CM_{LP} .

A EME influencia a **estrutura do mercado**:

- EME pequena → mercado comporta muitas empresas pequenas (ex.: restaurantes, cabeleireiros)
- EME grande → mercado tende para poucas empresas grandes (ex.: automóvel, aviação)

Equilíbrio de Curto Prazo — Recapitulação

Equilíbrio de Mercado em CP

Recapitulação

No curto prazo, o número de empresas no mercado está **fixo**. O equilíbrio determina-se pela interação entre a procura do mercado e a oferta agregada das empresas existentes.

Condição de equilíbrio do mercado em CP:

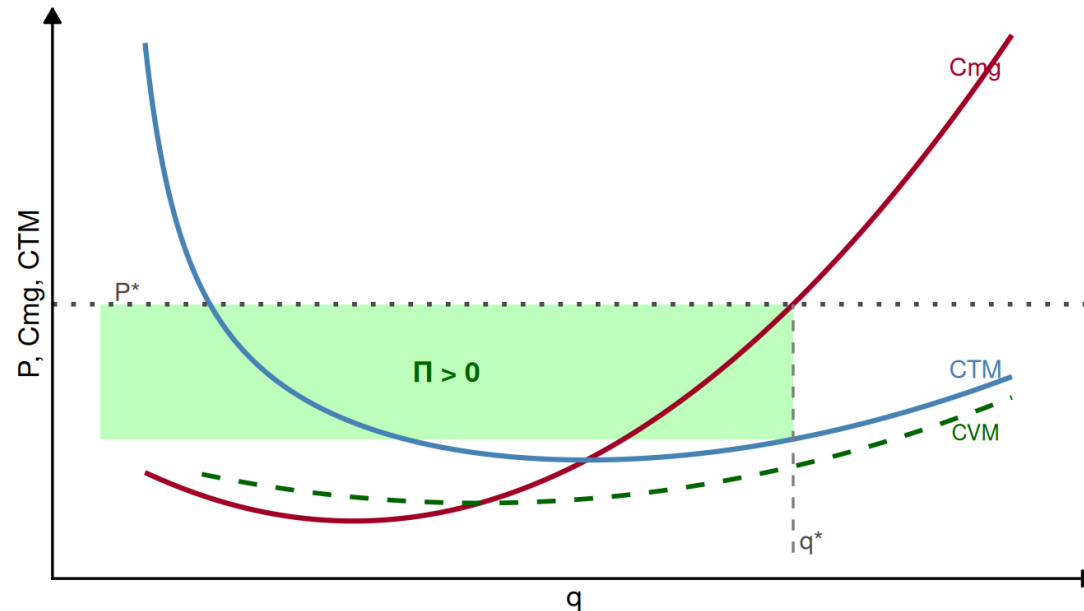
$$Q_D(P^*) = Q_S(P^*)$$

Condição de otimização de cada empresa (tomadora de preço):

$$P^* = Cmg_{CP}(q^*)$$

Neste equilíbrio, o lucro individual pode ser **positivo, nulo ou negativo**.

O Lucro em CP como Sinal de Mercado



Se $\Pi > 0$: o mercado é **atrativo** para novos produtores → entram empresas.

Se $\Pi < 0$: algumas empresas saem (após cobrir custos fixos irre recuperáveis).

Dinâmica de Longo Prazo

Entrada de Empresas: Mecanismo

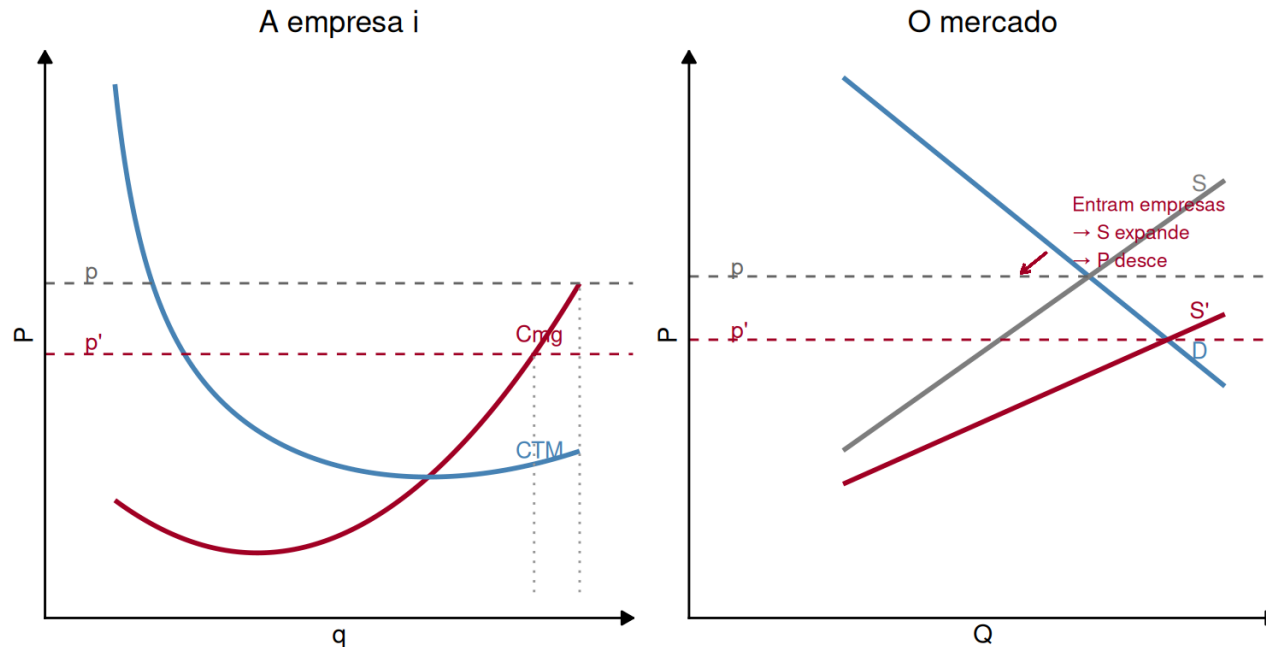
! Mecanismo de Ajustamento

O mercado em concorrência perfeita ajusta-se automaticamente através da entrada e saída de empresas:

- $\Pi > 0 \rightarrow$ entrada de empresas $\rightarrow$ oferta expande $\rightarrow P$ desce $\rightarrow \Pi$ diminui
- $\Pi < 0 \rightarrow$ saída de empresas $\rightarrow$ oferta contrai $\rightarrow P$ sobe $\rightarrow \Pi$ aumenta

Este processo continua até que **nenhuma empresa tenha incentivo para entrar nem sair.**

Entrada de Empresas: Efeito no Mercado



- Entram empresas $\rightarrow$ oferta expande ($S \rightarrow S'$) $\rightarrow p$ desce $\rightarrow q_i$ de cada empresa desce
- No total, há mais produto no mercado, mas o lucro individual diminui

Condição de Equilíbrio de Longo Prazo

A entrada/saída de empresas cessa quando $\Pi = 0$.

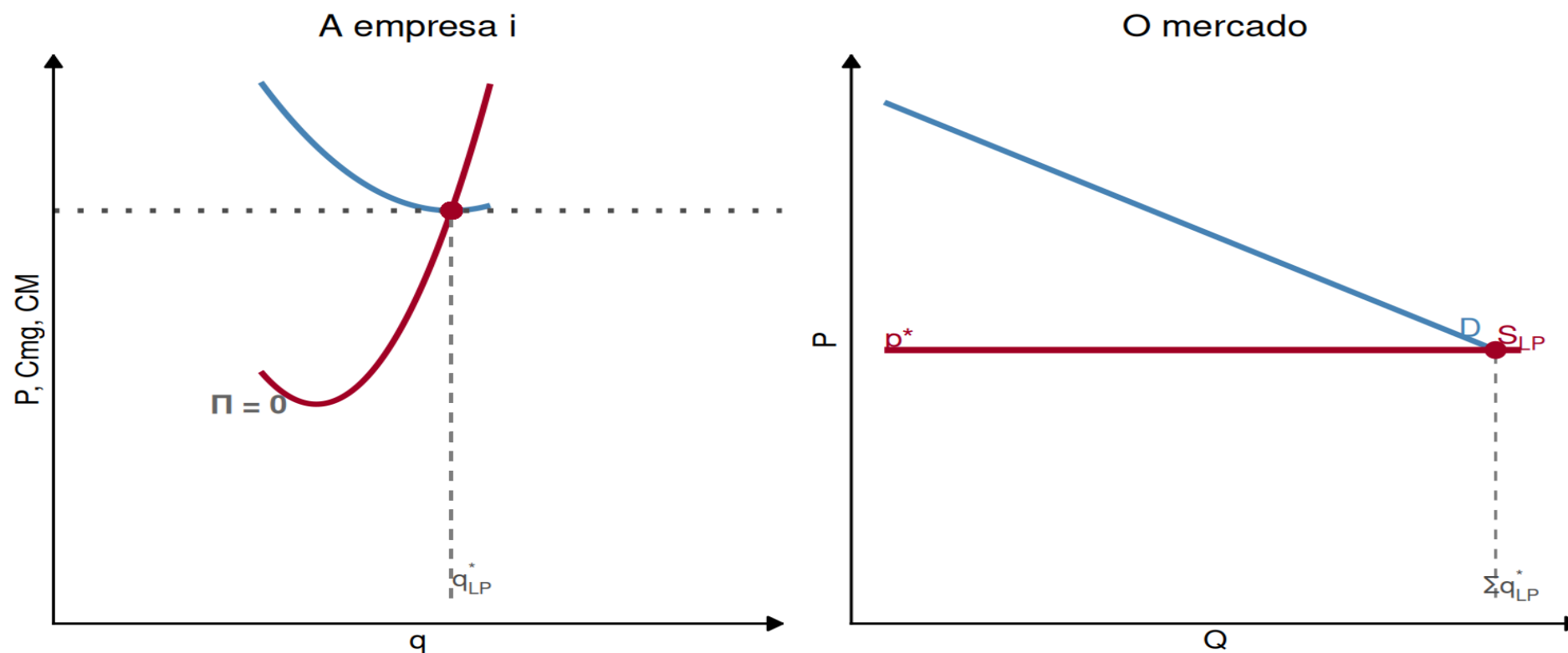
Em concorrência perfeita, o equilíbrio de longo prazo verifica:

$$P^* = Cm_{gLP} = CM_{LP}$$

Interpretação:

- $P^* = Cm_{gLP}$: a empresa está a maximizar o lucro (condição de otimização)
- $P^* = CM_{LP}$: o lucro económico é nulo (condição de entrada/saída livre)
- Estas duas condições em simultâneo implicam que a empresa opera na **Escala Mínima Eficiente**

Equilíbrio de Longo Prazo: Gráfico



Oferta de Longo Prazo do Mercado

Curva de Oferta de LP em Concorrência Perfeita

Com livre entrada e saída, a curva de oferta de longo prazo do mercado é **horizontal** ao nível de $P^* = CM_{LP, \min}$.

Porquê horizontal?

- Sempre que $P > P^*$: entram empresas $\rightarrow$ oferta aumenta $\rightarrow P$ desce até P^*
- Sempre que $P < P^*$: saem empresas $\rightarrow$ oferta diminui $\rightarrow P$ sobe até P^*
- Portanto, no LP, o mercado só está em equilíbrio com $P = P^*$

A quantidade total de mercado é determinada exclusivamente pela **procura** — o número de empresas ajusta-se para satisfazê-la ao preço P^* .

Excedente Total no Longo Prazo



Excedente no LP

No equilíbrio de longo prazo em concorrência perfeita:

- **Excedente do produtor = 0** (lucro económico nulo)
- **Todo o excedente económico do mercado é Excedente do Consumidor**

Isto é uma propriedade notável da concorrência perfeita: no longo prazo, os consumidores capturam todo o ganho gerado pela atividade económica.

Ajustamento de Longo Prazo: Choque na Procura

Passo a Passo: Expansão da Procura

Suponha que o mercado está inicialmente em equilíbrio de LP. Ocorre um **aumento permanente da procura**.

Passo 1 — CP imediato:

A oferta está fixa (número de empresas fixo). O novo equilíbrio de CP tem $P' > P^*$ e $q'_i > q_i^*$. Surge $\Pi > 0$.

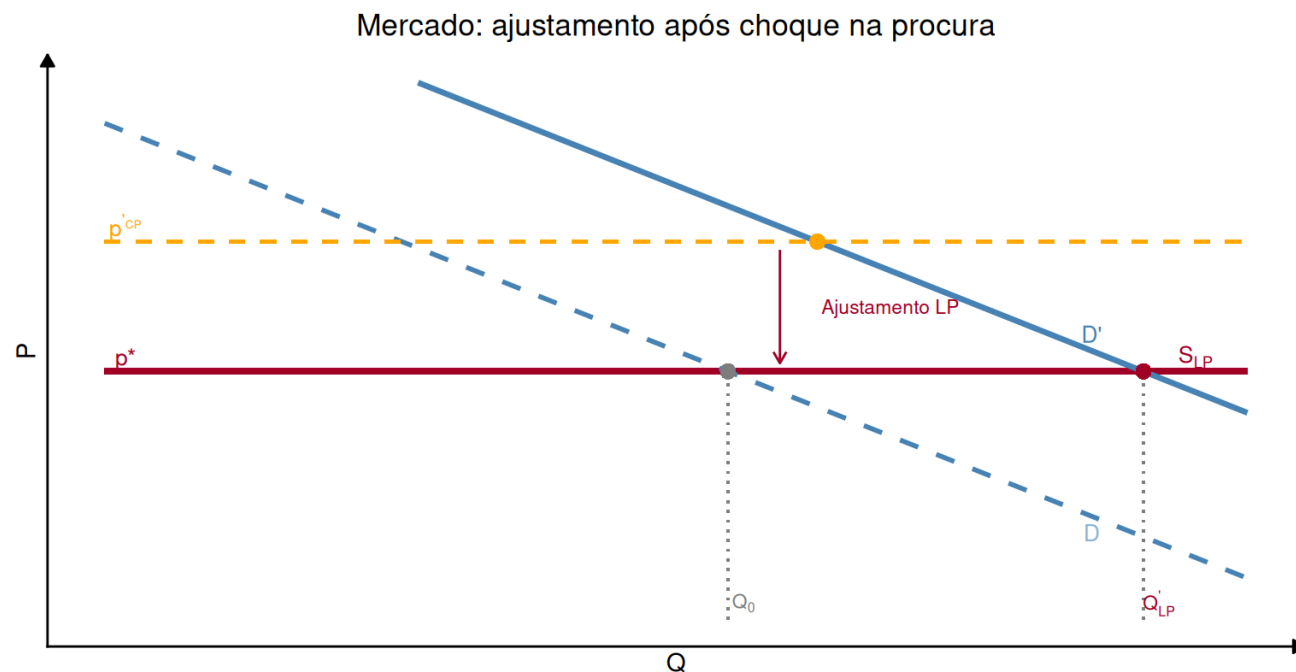
Passo 2 — Ajustamento LP:

$\Pi > 0$ atrai novas empresas. A oferta expande progressivamente. O preço desce.

Passo 3 — Novo equilíbrio LP:

O processo termina quando $P = P^*$ novamente (se a tecnologia não se alterar e os preços dos fatores são constantes). A quantidade total no mercado é maior, mas cada empresa individual produz q_i^* (o mesmo de antes).

Ajustamento LP: Gráfico



- Após choque, CP: P sobe, $\Pi > 0$ (ponto laranja)
- LP: entrada de empresas $\rightarrow P$ regressa a P^* , mais empresas no mercado (ponto vermelho)

Exercícios · Equilíbrio LP

Exercício 1 — Escolha Múltipla

Uma empresa em mercado concorrencial tem função de custo total de LP:

$$CT_{LP}(q) = q^3 - 6q^2 + 15q$$

Qual é o preço de equilíbrio de longo prazo neste mercado?

- a. $P^* = 3$
- b. $P^* = 6$
- c. $P^* = 9$
- d. $P^* = 15$

Exercício 1 — Solução

Resolução:

$$CM_{LP} = \frac{CT_{LP}}{q} = q^2 - 6q + 15$$

$$\text{Mínimo de } CM_{LP}: \frac{d CM_{LP}}{dq} = 2q - 6 = 0 \Rightarrow q^* = 3$$

$$CM_{LP}(3) = 9 - 18 + 15 = 6$$

Confirmação:

$$Cmg_{LP} = 3q^2 - 12q + 15 \Rightarrow Cmg_{LP}(3) = 27 - 36 + 15 = 6 \checkmark$$

$$\text{No LP, } P^* = CM_{LP, \min} = Cmg_{LP}(q^*)$$

Resposta: B) $P^* = 6$

Exercício 2 — Escolha Múltipla

Continuando o exercício anterior ($CT_{LP} = q^3 - 6q^2 + 15q$, $P^* = 6$). A procura de mercado é $Q_D = 120 - 10P$. Quantas empresas existem no equilíbrio de LP?

- a. 10 empresas
- b. 15 empresas
- c. 20 empresas
- d. 60 empresas

Exercício 2 — Solução

Resolução:

Quantidade procurada ao preço de equilíbrio $P^* = 6$:

$$Q_D = 120 - 10 \times 6 = 60$$

Cada empresa produz $q^* = 3$ no LP.

Número de empresas:

$$n^* = \frac{Q_D}{q^*} = \frac{60}{3} = \mathbf{20 \text{ empresas}}$$

Resposta: C) 20 empresas

Exercício 3 — Desenvolvimento

Considere um mercado em concorrência perfeita com livre entrada e saída.

A procura de mercado é $Q_D = 60 - 5P$.

Cada empresa tem função de custo total de LP:

$$CT_{LP}(q) = q^3 - 6q^2 + 12q$$

- (a) Determine o preço de equilíbrio de LP, P^* , a quantidade produzida por cada empresa, q^* , e o número de empresas no mercado, n^* .
- (b) Suponha que a procura aumenta para $Q'_D = 75 - 5P$. Descreva o processo de ajustamento e determine o novo equilíbrio de LP.
- (c) Calcule o Excedente do Consumidor nos dois equilíbrios e comente o resultado.

Exercício 3 — Resolução (a)

Alínea (a): Equilíbrio LP inicial

$$CM_{LP} = \frac{CT_{LP}}{q} = q^2 - 6q + 12$$

$$\text{Mínimo de } CM_{LP}: \frac{d CM_{LP}}{dq} = 2q - 6 = 0 \Rightarrow q^* = 3$$

$$P^* = CM_{LP}(3) = 9 - 18 + 12 = 3$$

Confirmação:

$$Cmg_{LP}(q) = 3q^2 - 12q + 12 \Rightarrow Cmg_{LP}(3) = 27 - 36 + 12 = 3 \checkmark$$

$$\text{Quantidade de mercado: } Q^* = Q_D(P^*) = 60 - 5 \times 3 = 45$$

$$\text{Número de empresas: } n^* = \frac{Q^*}{q^*} = \frac{45}{3} = \mathbf{15 \text{ empresas}}$$

Exercício 3 — Resolução (b)

Alínea (b): Choque na procura

A tecnologia não se altera $\rightarrow P^*$ mantém-se igual a 3 no novo equilíbrio LP.

Processo de ajustamento:

1. No curto prazo ($n = 15$ fixo): o preço sobe acima de 3, surgem lucros positivos.
2. Os lucros positivos atraem novas empresas ao mercado.
3. A oferta expande, o preço desce progressivamente.
4. O processo termina quando P regressa a $P^* = 3$ e $\Pi = 0$.

Novo equilíbrio LP:

$$Q'^* = Q'_D(P^*) = 75 - 5 \times 3 = 60$$

$$n'^* = \frac{60}{3} = 20 \text{ empresas}$$

Entraram **5 novas empresas**; cada empresa continua a produzir $q^* = 3$.

Exercício 3 — Resolução (c)

Alínea (c): Excedente do Consumidor

Da procura $Q_D = 60 - 5P$: inversa $P = 12 - \frac{Q}{5}$

$\Rightarrow$ preço máximo: $P_{max} = 12$ (quando $Q = 0$)

EC inicial (equilíbrio com $P^* = 3$, $Q^* = 45$):

$$EC_0 = \frac{(12 - 3) \times 45}{2} = \frac{9 \times 45}{2} = \mathbf{202.5}$$

EC após choque ($P^* = 3$ mantém-se, $Q'^* = 60$). A nova procura $Q'_D = 75 - 5P$ tem preço máximo $P'_{max} = 15$:

$$EC_1 = \frac{(15 - 3) \times 60}{2} = \frac{12 \times 60}{2} = \mathbf{360}$$

Comentário

O preço não se altera no LP (oferta horizontal), pelo que todo o benefício do aumento da procura é capturado pelos **consumidores** — o EC aumenta de 202.5 para 360. O excedente do produtor permanece nulo.

Síntese · Equilíbrio LP

Resumo: Equilíbrio de LP em Concorrência Perfeita

	Curto Prazo	Longo Prazo
Número de empresas	Fixo	Variável (entrada/saída livre)
Condição de otimização	$P = Cmg_{CP}$	$P = Cmg_{LP}$
Lucro económico	Pode ser $\neq 0$	$\Pi = 0$
Preço de equilíbrio	Pode variar	$P^* = CM_{LP, \min}$
Curva de oferta	Crescente	Horizontal
Excedente do produtor	Positivo	Zero

! Mensagem-chave

A concorrência perfeita com livre entrada/saída é o único regime de mercado em que, a longo prazo, os consumidores capturam todo o excedente económico e os recursos são afetos à Escala Mínima Eficiente.